

Universität Hannover

Institut für Photogrammetrie und GeoInformation

&

Stiftung Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung

Arbeitsgruppe Bathymetrie

## Diplomarbeit:

Entwicklung eines  
Ausgleichsalgorithmus' zur  
Verbesserung der  
Kreuzfächerkalibrierung des  
Fächerecholotes HYDROSWEEP DS-2

Ottokarl Büchenschütz-Nothdurft

Hannover & Bremerhaven, Oktober 2002



Hiermit versichere ich, dass ich diese Diplomarbeit selbständig verfasst und keine außer der angegebenen Literatur und Hilfsmittel benutzt habe.

---

Bremerhaven, 14. Oktober 2002  
Ottokarl Büchenschütz-Nothdurft



# Aufgabenstellung der Diplomarbeit

## Entwicklung eines Ausgleichsalgorithmus' zur Verbesserung der Kreuzfächerkalibrierung des Fächerecholotes HYDROSWEEP DS-2

Betreuer: Dr.-Ing. H.W. Schenke

Ziel dieser Diplomarbeit ist es, am Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung das bestehende Verfahren zur Ermittlung der mittleren Wasserschallgeschwindigkeit  $c_{mean}$  zu verbessern. Dazu sollen zunächst als Grundlage Ursache, Einfluss und Korrektur der Refraktion bei Fächerecholotmessungen kurz beschrieben werden.

Aufbauend auf bereits bestehende Ansätze soll als praktische Umsetzung die Ermittlung von  $c_{mean}$  im Rahmen einer Ausgleichung der Kreuzfächerkalibrierungsmessungen entwickelt werden. Während der Expeditionsteilnahme an der „Polarstern“-Fahrt ANT XIX/2 wurden Daten über das von Hydrosweep ermittelte  $c_{mean}$  und CTD-Messungen gesammelt. Mit diesen Daten sollen anschliessend die aus der Ausgleichung ermittelten Werte qualitativ verglichen und beurteilt werden. Die Auswirkungen der verschiedenen Ergebnisse für  $c_{mean}$  auf die Fächerecholotmessungen sind schematisch darzustellen.

Aus aktuellem Anlass muss zusätzlich noch der Einfluss einer fehlerhaften Schallgeschwindigkeit am Wandler  $c_{keel}$  auf die Berechnung von  $c_{mean}$  und letztendlich auch auf die Berechnung der Bodenpunkte bewertet werden.

Für diese Diplomarbeit ist es nötig, sich in die Theorie und Praxis der Schallgeschwindigkeitsermittlung und in die Themenbereiche Refraktion und Raytracing einzuarbeiten. Des Weiteren ist es notwendig, eigenständige Programmierarbeit zu leisten, da Untersuchungen dieser Art für HYDROSWEEP bisher nicht in dieser Tiefe durchgeführt wurden und dementsprechend keine Software vorhanden ist.



# Dank

Diese Diplomarbeit wäre in nicht zustande gekommen ohne eine Reihe von Leuten, denen ich hier mein Dank ausgesprochen möchte.

Zuerst danke ich natürlich meinem Betreuer Dr.-Ing. Hans-Werner Schenke, der das Thema und den Rahmen zur Erfüllung der Diplomarbeit gestellt und mir somit die Arbeit am Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung und auf dem deutschen Polarforschungsschiff PFS „Polarstern“ ermöglicht hat. Ebenso hätte diese Diplomarbeit nicht geschrieben werden können, hätte Dr.-Ing. Karsten Jacobsen sich nicht bereit erklärt, diese von Seiten der Universität Hannover zu betreuen. Besonderer Dank gilt dabei auch ÖbVI Dipl.-Ing. Thomas Gebbert aus Berlin, der sich abseits seiner Arbeit als öffentlich bestellter Vermessungsingenieur für mich die Zeit genommen hat, mir seinen Ausgleichungsansatz zu erklären, und mir seine Aufzeichnungen zur Verfügung gestellt hat.

Für die Hilfestellungen bei meinen kleinen und großen Problemen beim Programmieren, oder auch bei schlichten Logikfragen und anderen Problemen des Diplomarbeits-Alltags, gilt mein Dank Dipl.-Ing. Fred Niederjasper, Dipl.-Ing. Karen Insa Wolf., Dipl.-Geophys. Mechita Schmidt-Aursch, Dipl.-Ing. Andreas Beyer und besonders Dipl.-Ing Ralf Krockner.

Die Sammlung der für diese Arbeit notwendigen CTD-Daten auf PFS „Polarstern“ wäre nicht ohne die Hilfe von Dr. rer.nat. Wilfried Jokat, Dr. rer.nat. Ralph Engbrodt, Dr. rer.nat. Regina Usbeck sowie der Besatzung des Schiffes möglich gewesen.

Für das Korrekturlesen meiner Arbeit danke ich Dipl.-Ing. Ralf Krockner, Dipl.-Geophys. Daniela Kühn und Ruth Meiners.

Eine sehr angenehme Zeit auf PFS „Polarstern“ und in der Arbeitsgruppe Bathymetrie wurde mir zusätzlich ermöglicht durch Dr. rer.nat. Martin Klenke, Steffen Gauger, Dipl.-Ing. Constanze Hohman, ir. Merijn Jacobs, Kathleen Lindner, Dipl.-Ing. Daniel Schulte, Dipl.-Ing Jörn Hatzky sowie all den Teilnehmern an der Reise ANT XIX/2.



**Entwicklung eines  
Ausgleichsalgorithmus' zur  
Verbesserung der Kreuzfächerkalibrierung  
des Fächerecholotes HYDROSWEEP DS-2**



# Inhaltsverzeichnis

Aufgabenstellung	v
Dank	vii
Inhaltsverzeichnis	xiv
Abbildungsverzeichnis	xvi
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1 Messtechnische Realisierung . . . . .	3
2.1.1 Fächerecholotung . . . . .	3
2.1.2 Schallgeschwindigkeitsmessung . . . . .	5
2.2 Physikalische Grundlagen: Refraktion . . . . .	7
2.3 Mathematische Zusammenhänge: Raytracing und $c_{mean}$ . . . . .	10
2.3.1 Wasserschichten mit konstanter Schallgeschwindigkeit . . . . .	10
2.3.2 Wasserschichten mit konstantem Schallgeschwindigkeitsgradienten	11
2.3.3 Mittlere Wasserschallgeschwindigkeit $c_{mean}$ . . . . .	12
2.4 Abläufe der Ausgleichungsverfahren . . . . .	16
2.4.1 Lineare Regression . . . . .	16
2.4.2 Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen . . . . .	17
2.4.3 Allgemeinfeld der Ausgleichung . . . . .	21
2.4.4 Data Snooping nach Baarda . . . . .	24

<b>3</b>	<b>Kreuzfächerkalibrierung</b>	<b>27</b>
3.1	Theorie . . . . .	27
3.2	Fehlereinflüsse . . . . .	29
3.2.1	Hub & Squat . . . . .	30
3.2.2	Vorwärtsbewegung des Schiffes . . . . .	30
3.2.3	Stampfen und Rollen . . . . .	33
3.2.4	Scherwinkel und Azimutänderungen . . . . .	34
3.2.5	Zeit- und Winkelmessung . . . . .	34
3.2.6	Tunnel- und Omegaeffekt . . . . .	36
3.2.7	Messfehler durch Eis . . . . .	38
3.3	Kreuzfächerkalibrierung nach Atlas Hydrographics . . . . .	39
<b>4</b>	<b>Ausgleichungsansatz nach Gebbert</b>	<b>43</b>
4.1	Einführung . . . . .	43
4.2	Ausgleichungsansatz . . . . .	44
4.3	Besonderheit des Ansatzes: DGM . . . . .	45
4.3.1	Berechnung . . . . .	46
4.3.2	Mögliches Problem: Refraktion . . . . .	47
4.4	Ableitungsbildung . . . . .	48
<b>5</b>	<b>Eigener Ausgleichungsansatz</b>	<b>51</b>
5.1	Einführung . . . . .	51
5.2	Besonderheit Ausgleichsgerade . . . . .	52
5.2.1	Problem: Bewegtes Gelände . . . . .	53
5.3	Formelentwicklung . . . . .	54
5.4	Ausgleichungsansatz . . . . .	55
5.5	Ableitungsbildung . . . . .	57

<b>6</b>	<b>Bestimmung der mittleren Wasserschallgeschwindigkeit</b>	<b>63</b>
6.1	Einführung . . . . .	63
6.2	Durchführung der $c_{mean}$ -Ermittlung . . . . .	64
6.2.1	Kriterienwahl . . . . .	64
6.2.2	Alternative $c_{mean}$ -Bestimmung . . . . .	64
6.2.3	Bestimmung der Genauigkeit des $c_{mean}$ aus HYDROSWEEP . . . . .	65
6.3	Auftretende Probleme . . . . .	65
6.3.1	Systematische Fehler . . . . .	65
6.3.2	Grob falsche Profile . . . . .	73
6.4	Genauigkeit der eingehenden Größen . . . . .	73
6.5	Ergebnisse . . . . .	75
6.5.1	Vergleiche der ermittelten $c_{mean}$ -Werte . . . . .	76
6.5.2	Genauigkeitsbetrachtung für $c_{mean}$ . . . . .	81
<b>7</b>	<b>Wasserschallgeschwindigkeit am Wandler <math>c_{keel}</math></b>	<b>85</b>
7.1	Untersuchungen der Ergebnisse für $c_{keel}$ . . . . .	86
7.2	Auswirkungen . . . . .	87
<b>8</b>	<b>Schlussfolgerung und Ausblick</b>	<b>89</b>
8.1	Ergebnisse . . . . .	89
8.2	Ausblick . . . . .	90
8.2.1	Phasenverfahren . . . . .	90
8.2.2	Interaktivität . . . . .	91
8.2.3	Kalibrierung ohne Kreuzfächer . . . . .	91
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>93</b>
<b>A</b>	<b>Glossar</b>	<b>I</b>

<b>B Inhalt der beiliegenden CD</b>	<b>V</b>
B.1 Verzeichnis Code . . . . .	V
B.2 Verzeichnis Daten . . . . .	VII
B.3 Verzeichnis Diplomarbeit . . . . .	IX

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Sende- und Empfangsfächer des Fächerecholots HYDROSWEEP DS-2 . . . . .	4
2.2	Brechung nach Snellius . . . . .	8
2.3	Refraktion entlang eines PFBs . . . . .	9
2.4	Wasserschallprofile Station PS61/22 25.12.2001 . . . . .	13
2.5	Wasserschallprofile Station PS61/36 13.01.2002 . . . . .	14
2.6	Auswirkung eines zu großen $c_{mean}$ . . . . .	15
2.7	Auswirkung eines zu kleinen $c_{mean}$ . . . . .	15
3.1	Mess-, Kalibrier- und Referenzprofil . . . . .	28
3.2	DGM, Kalibrier- und Referenzprofil . . . . .	29
3.3	Laufzeitfehler durch horizontalen Versatz . . . . .	30
3.4	Lagefehler durch horizontalen Versatz . . . . .	31
3.5	Ablagebestimmung bei einem Messereignis . . . . .	32
3.6	Ablagebestimmung bei einem Kalibrierereignis . . . . .	33
3.7	Allgemeiner Fall der Laufzeitmessung nach Amplitudenverfahren . . . . .	35
3.8	Unterschiede in der Bodenbeschallung . . . . .	35
3.9	Spezielle Fälle der Laufzeitmessung nach Amplitudenverfahren . . . . .	36
3.10	Geometrie des Tunneleffekts . . . . .	37
3.11	Geometrie des Omegaeffekts . . . . .	38
4.1	Berechnung der Tiefen und Koordinaten in einem lokalen Schiffskoordinatensystem . . . . .	46
5.1	Ausgleichsgerade durch Centerbeamtiefen . . . . .	52

5.2	Schnitt zwischen Beam und Ausgleichsgerade . . . . .	53
6.1	Divergenz der Iterationen . . . . .	66
6.2	Swath-Editor Ansicht der systematischen Fehler ARKX VIII/1 . . . . .	67
6.3	Swath Editor Ansicht der systematischen Fehler ANT XIX/2 . . . . .	68
6.4	Beleuchtetes DGM der entsprechenden Beams . . . . .	69
6.5	Beleuchtetes DGM bei einer DGM-Breite von $\pm 4$ Beams . . . . .	69
6.6	Systematisches Rauschen und resultierendes Ausgleichungsergebnis . . . . .	70
6.7	Ausgangs- und Ergebnisprofile bei Data Snooping vor der Ausgleichung . . . . .	72
6.8	Auswirkungen eines grob falschen Kalbrierprofils . . . . .	74
6.9	$c_{mean}$ -Verläufe für den 13.01.2002 . . . . .	76
6.10	$c_{mean}$ -Verläufe für den 25.12.2001 . . . . .	80
6.11	Erster Vergleich der Standardabweichungen der $c_{mean}$ des 13.01.2002 . . . . .	82
6.12	Erster Vergleich der Standardabweichungen der $c_{mean}$ des 25.12.2001 . . . . .	83
6.13	Zweiter Vergleich der Standardabweichungen der $c_{mean}$ des 13.01.2002 . . . . .	84
7.1	$c_{keel}$ -Verläufe für den 25.12.2001 . . . . .	86
7.2	$c_{keel}$ -Verläufe für den 13.01.2002 . . . . .	87
7.3	$c_{keel}$ -Verläufe für den 25.11.2001 . . . . .	88

# Kapitel 1

## Einleitung

Im vergangenen Jahrzehnt stellten Fächerecholote in der zivilen Hydrographie den größten Anteil an eingesetzten Messgeräten. Damit traten Fehler auf, die bei den vor dieser Zeit genutzten Einstrahlecholoten noch nicht bekannt waren, da diese nur senkrecht nach unten messen. Eine besondere Stellung nimmt bei diesen Fehlern die Refraktion ein, die auf jeden schrägen Schallstrahl einwirkt.

Es gibt in der Folge verschiedene Wege, den Einfluss der Refraktion zu messen, zu berechnen und zu korrigieren. Zu einer wesentlichen Korrekturgröße für den Refraktionseinfluss hat sich die mittlere Wasserschallgeschwindigkeit entwickelt. Anfänglich wurden Tabellen, in denen für bestimmte Regionen der Meere bestimmte mittlere Wasserschallgeschwindigkeiten festgehalten wurden, verwendet. Diese waren nur in den seltensten Fällen für die jeweils durchgeführte Messung aktuell, und auch räumlich nicht hoch genug aufgelöst, doch ließ sich mit ihnen kostengünstig arbeiten. Mit kostengünstiger werdenden Geräten wurde der Schallverlauf direkt gemessen, sei es durch so genannte „Expendable Bathymetric Thermographs“ (XBTs) oder durch CTD-Sonden (Leitfähigkeits- (**C**onductivity), **T**emperatur- und **D**rucksonden (im Englischen steht das D für „Depth“ (Tiefe), aber tatsächlich gemessen wird der Druck)), aus deren Messungen Schallprofile abgeleitet werden, oder durch verschiedene Geräte, die Schallgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Tiefe direkt messen können. Mittels dieser Schallgeschwindigkeitsprofile ist es möglich, mittlere Wasserschallgeschwindigkeiten zu berechnen oder auch den Schallstrahlverlauf durch die Wasserschichten durch das Verfahren des Raytracing, also der Verfolgung des Strahlverlaufes durch die ermittelten Wasserschichten, zu bestimmen.

Jedoch haben die einzelnen Verfahren immer noch Nachteile: XBTs benötigen ein Modell des Salzgehaltes des Meeres an der entsprechenden Stelle und sind im Tiefeneinsatz limitiert, CTDs und direkt die Schallgeschwindigkeit messende Geräte benötigen

meist einen Stillstand des Schiffes für die Dauer der Profilmessung, was bei den hohen Kosten für Schiff und Mannschaft sehr kostenintensiv ist. Sie werden somit eher selten, und nur, wenn es keine andere Möglichkeit gibt, eingesetzt.

Mit dem Ziel, diese Nachteile zu umgehen, hat Atlas Hydrographics (die unter anderem Fächerecholote herstellen) einen automatischen Mess- und Auswertalgorithmus entwickelt, der durch kontinuierliche Messungen während der Vermessungsarbeiten die mittlere Wasserschallgeschwindigkeit ermittelt, und bei der Ermittlung der Tiefen und Ablagen anbringt. Das Verfahren wurde unter dem Namen Kreuzfächerkalibrierung bekannt.

Ob dieses Verfahren durch Einsatz eines Ausgleichsalgorithmus' zu besseren Ergebnissen führt, soll in dieser Arbeit untersucht werden. Dazu werden zunächst die messtechnischen und physikalischen Grundlagen, sowie ausgewählte mathematische Zusammenhänge dargestellt. Anschließend werden die Kreuzfächerkalibrierung, und Fehler, die auf sie einwirken können, behandelt. Im Kernteil dieser Arbeit werden danach die entwickelten Verfahren vorgestellt und die von ihnen erhaltenen Ergebnisse beleuchtet. Dabei wird zunächst die Kernaufgabe der Ermittlung einer mittleren Wasserschallgeschwindigkeit bearbeitet und anschließend auf die Verbesserungsmöglichkeiten für fehlerhafte Messungen der Wasserschallgeschwindigkeit direkt am Fächerecholot eingegangen. Abschliessend wird als Ausblick die Zukunft und Möglichkeiten zur Verbesserung der Kreuzfächerkalibrierung abseits eines Ausgleichsalgorithmus' beschrieben.

Als Ausgangsdaten für die Untersuchungen der Diplomarbeit stehen mittels CTD-Sonden gemessene Wasserschallprofile, sowie Laufzeitmessungen und Messungen der Wasserschallgeschwindigkeit am Fächerecholot der HYDROSWEEP DS-2-Anlage des deutschen Polarforschungsschiffes „Polarstern“ zur Verfügung. Alle Daten wurden im Rahmen der Expeditionsteilnahme an den PFS „Polarstern“-Fahrten ANT XIX/1 und ANT XIX/2 in der Weddellsee und im südlichen Atlantik gewonnen.

# Kapitel 2

## Grundlagen

In diesem Kapitel sollen zunächst die Grundlagen für alle folgenden Überlegungen, Berechnungen und Ergebnisse dargelegt werden. Als Erstes wird die Messtechnik an Bord von PFS „Polarstern“ in Form des Fächerecholotes und der CTD-Sonde beschrieben. Anschließend wird auf die Physik im Rahmen der Refraktion eingegangen. Diese beiden Abschnitte (2.1 und 2.2) bilden die Grundlagen um Refraktion und Fächerecholotung zu verstehen. Mathematische Zusammenhänge zur Berechnung des Raytracings und von  $c_{mean}$  werden danach in Abschnitt 2.3 behandelt. Zum Abschluss werden die für die Aufgabenstellung notwendigen Ausgleichungsverfahren dargestellt.

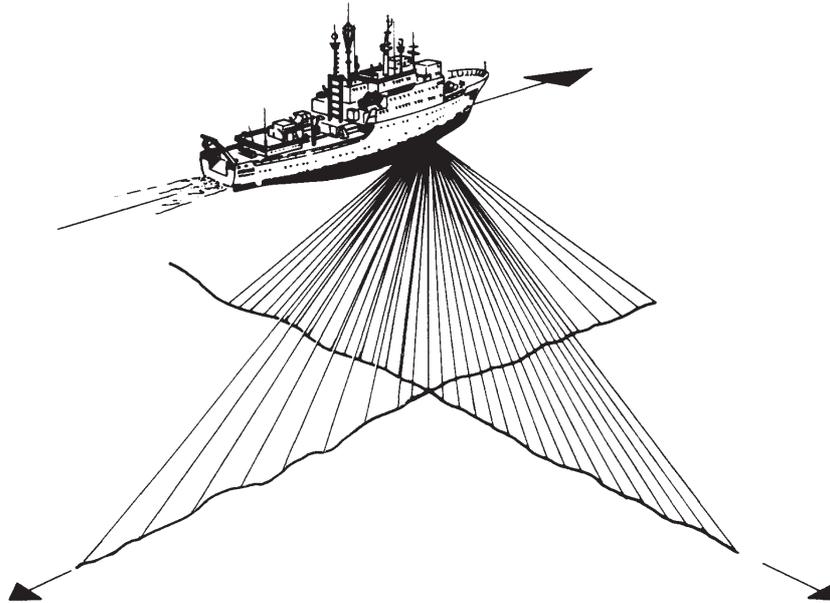
### 2.1 Messtechnische Realisierung

Die für diese Diplomarbeit verwendeten Messungen (Laufzeiten, Abstrahlwinkel der Schallstrahlen (Beams) und Wasserschallgeschwindigkeiten), wurden an Bord von PFS „Polarstern“ auf verschiedene Arten bestimmt. In diesem Abschnitt soll erläutert werden, wie bzw. mit welchen Geräten diese Messungen durchgeführt werden.

#### 2.1.1 Fächerecholotung

Das HYDROSWEEP DS-2 ist ein Fächerecholot, welches die sog. Mills-Cross Anordnung verwendet. Das bedeutet, dass am Kiel des Schiffes zwei Wandler, oder auch Schwinger oder Array genannt, in rechtem Winkel zueinander angeordnet sind. Dabei handelt es sich um zwei rechteckige Kunststoffeinheiten, in die jeweils entlang ihrer Längsachse eine Reihe akustischer, piezoelektrischer Elemente eingelassen sind. Werden diese Elemente mit Strom versorgt, fangen sie an zu schwingen und erzeugen so

die auszusendenden Schallwellen. Im Gegenzug gilt: werden diese Elemente von einer ankommenden Schallwelle in Schwingung versetzt, erzeugen sie eine Spannung, die an die Steuerelektronik weitergeleitet wird. Durch gemeinsames Auslösen des gesamten Sendearrays für einen bestimmten Zeitraum erreicht man, dass der auszusendende Schallwellenpuls (das Messsignal) in einer Ebene ausgesendet wird, deren Lotrechte die Zeile der Elemente bildet. In Abb 2.1 liegt der Sendefächer im normalen Messmodus quer zur Schiffslängsachse, im Kalibriermodus längs dazu.



**Abb. 2.1:** Sende- und Empfangsfächer des Fächerrecholots HYDROSWEEP DS-2 nach (Atlas Hydrographics, 1988)

Die Schallwellen des Sendefächeres werden am Boden reflektiert bzw. zurückgestreut, da es sich größtenteils nicht um eine perfekte Reflexionen handelt. Kehren die Schallwellen nach Reflexion bzw. Streuung zurück zum Schiff, versetzen sie dort das Empfangsarray in Schwingung. Da es sich auch bei diesem Array um eine Zeile handelt, wird wiederum nur ein Fächer „abgehört“, der aber, da das Empfangsarray senkrecht zum Sendearray angeordnet ist, senkrecht zum Sendefächer steht. In Abb 2.1 ist das im normalen Messmodus der Fächer längs der Schiffslängsachse, im Kalibriermodus der Fächer quer zur Schiffslängssachse. Folgten keine weiteren Vorgänge, empfinde man lediglich die Wellen, die aus dem Schnitt dieser beiden Fächer direkt unter dem Schiff stammen. Durch Vergleich der Spannungen an den einzelnen Elementen des Empfangsarrays zu diskreten Zeitpunkten des Empfangsvorgangs kann man den Empfangsfächer entlang des Sendefächeres rechenstechnisch verschwenken, so dass im normalen Messmodus auch querab der Schiffslängsachse die Reflektionen bzw. Refraktionen empfangen

werden können. Dadurch ist es möglich, die Breite des Sendefächers auszunutzen. Der schwenkbare Bereich ist je nach Messsystem unterschiedlich, beim HYDROSWEEP DS-2 beträgt er wahlweise  $\pm 45^\circ$  oder  $\pm 60^\circ$  zur Lotrechten. Diese Schwenkungen sind festen Winkeln zugeordnet, so dass sich 59 feste Richtungen ergeben, aus denen ein Signal empfangen wird, die sogenannten „preformed Beams (PFB)“. Aus diesen bekannten Richtungen, der Laufzeit des Signals und der mittleren Wasserschallgeschwindigkeit ergibt sich über einfache geometrische Beziehungen die Lage des Punktes am Meeresboden, an dem das Signal reflektiert bzw. zurückgestreut wurde. Die Messungen bzw. Berechnungen der Einflussgrößen werden im nächsten Abschnitt beschrieben-So erhält man 59 Bodenpunkte, die sich je nach Messmodus über das 2-fache ( $\pm 45^\circ$ ) oder 3,4-fache ( $\pm 60^\circ$ ) der Wassertiefe entlang des Meeresbodens verteilen. Durch wiederholte Messungen und die gleichzeitige Vorwärtsbewegung des Schiffes entsteht die flächenhafte Vermessung des Gewässerbodens. Die Lage der Punktes ergibt sich aus Richtung, Laufzeit und der Schallgeschwindigkeit, deren Messung bzw. Berechnung im nächsten Abschnitt beschrieben wird.

### 2.1.2 Schallgeschwindigkeitsmessung

Für die Messung von Schallgeschwindigkeiten im Wasser existieren zwei Standardverfahren: die direkte und die indirekte Messung. Bei der direkten Messung werden Geräte verwendet, die ein Schallsignal durch einen geräteinternen Weg von Reflektoren, zwischen denen sich das Wasser befindet, senden und wieder empfangen. Die Strecke entlang dieses Weges ist bekannt, und mit der gemessenen Laufzeit lässt sich die Geschwindigkeit errechnen. Aufgrund der Tatsache, dass der Weg des Schalles meist am gleichen Punkt beginnt und endet, werden diese Geräte auch „Singarounds“ genannt.

Bei der indirekten Messung werden diejenigen physikalischen Eigenschaften des Wassers gemessen, die Einfluss auf die Schallgeschwindigkeit haben. Die Wasserschallgeschwindigkeit hängt (wie die Schallgeschwindigkeit in allen flüssigen und gasförmigen Medien) von der Dichte des Mediums und dem Kompressionsmodul ab. Allerdings lässt sich der Zusammenhang zwischen Wasserschallgeschwindigkeit und den physikalischen Eigenschaften des Wassers auch über die Temperatur, den vorherrschenden Druck und den Salzgehalt des Wassers bestimmen. Diese drei Messungen werden in der Regel in einem Messgang mit sog. CTD-Sensoren bestimmt. Auch die für diese Diplomarbeit gesammelten Vergleichswasserschallgeschwindigkeiten wurden auf diese Art ermittelt.

Mittels dieser Sonde werden in einer bestimmten Taktrate Leitfähigkeit, Temperatur und Druck des Wassers gemessen. Die mögliche Auflösung der Wassersäule, also in welchen Tiefenintervallen gemessen wird, richtet sich nach der Geschwindigkeit, mit

der das Messgerät herabgelassen und eingeholt wird und nach der Auflösung des Drucksensors.

Aus den mit der CTD-Sonde gemessenen Werten lässt sich nun die Wasserschallgeschwindigkeit bestimmen. Dazu finden sich verschiedene Formeln in (Fofonoff und Millard, 1983), (Pike und Beiboer, 2001) und (Dietrich *et al.*, 1975). Die Formel nach Chen & Millerno ist eine der meistverwendeten und wird auch von der UNESCO empfohlen. Sie wurde bei den notwendigen Berechnungen für diese Diplomarbeit verwandt. Dabei berechnet sich die Wasserschallgeschwindigkeit  $V$  wie folgt:

$$V = C + A \cdot S + B \cdot S^{\frac{3}{2}} + D \cdot S^2. \quad (2.1.1)$$

$S$  steht in dieser Gleichung für den Salzgehalt,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $D$  sind Größen die sich aus folgenden Termen errechnen:

$$\begin{aligned} A = & A_{00} + A_{01}T + A_{02}T^2 + A_{03}T^3 + A_{04}T^4 \\ & + (A_{10} + A_{11}T + A_{12}T^2 + A_{13}T^3 + A_{14}T^4) \cdot P \\ & + (A_{20} + A_{21}T + A_{22}T^2 + A_{23}T^3) \cdot P^2 \\ & + (A_{30} + A_{31}T + A_{32}T^2) \cdot P^3 \end{aligned} \quad (2.1.2)$$

$$B = B_{00} + B_{01}T + (B_{10} + B_{11}T) \cdot P \quad (2.1.3)$$

$$\begin{aligned} C = & C_{00} + C_{01}T + C_{02}T^2 + C_{03}T^3 + C_{04}T^4 + C_{05}T^5 \\ & + (C_{10} + C_{11}T + C_{12}T^2 + C_{13}T^3 + C_{14}T^4) \cdot P \\ & + (C_{20} + C_{21}T + C_{22}T^2 + C_{23}T^3 + C_{24}T^4) \cdot P^2 \\ & + (C_{30} + C_{31}T + C_{32}T^2) \cdot P^3 \end{aligned} \quad (2.1.4)$$

$$D = D_{00} + D_{10}P. \quad (2.1.5)$$

$P$  steht hier für den Druck, und  $T$  für die Temperatur. Die Einheiten der physikalischen Einflussgrößen sind:

Druck	P	dbar
Temperatur	T	°C (IPITS-68 Skala)
Salinität	S	psu (Practical Salinity Units PSS-78-Skala)

In den Termen für  $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $D$  haben die Koeffizienten folgende Werte:

Index [ij]	$A_{ij}$	$B_{ij}$	$C_{ij}$	$D_{ij}$
00	1,389	$-1,922 \cdot 10^{-2}$	1402,388	$1,727 \cdot 10^{-3}$
01	$-1,262 \cdot 10^{-2}$	$-4,42 \cdot 10^{-5}$	5,03711	
02	$-7,164 \cdot 10^{-5}$		$-5,80852 \cdot 10^{-2}$	
03	$2,006 \cdot 10^{-6}$		$3,342 \cdot 10^{-4}$	
04	$-3,21 \cdot 10^{-8}$		$-1,478 \cdot 10^{-6}$	
05			$3,1464 \cdot 10^{-9}$	
10	$9,4742 \cdot 10^{-5}$	$7,3637 \cdot 10^{-5}$	0,153563	$-7,9836 \cdot 10^{-6}$
11	$-1,2580 \cdot 10^{-5}$	$1,7945 \cdot 10^{-7}$	$6,8982 \cdot 10^{-4}$	
12	$-6,4885 \cdot 10^{-8}$		$-8,1788 \cdot 10^{-6}$	
13	$1,0507 \cdot 10^{-8}$		$1,3621 \cdot 10^{-7}$	
14	$-2,0122 \cdot 10^{-10}$		$-6,1185 \cdot 10^{-10}$	
20	$-3,9064 \cdot 10^{-7}$		$3,126 \cdot 10^{-5}$	
21	$9,1041 \cdot 10^{-9}$		$-1,7107 \cdot 10^{-6}$	
22	$-1,6002 \cdot 10^{-10}$		$2,5974 \cdot 10^{-8}$	
23	$7,988 \cdot 10^{-12}$		$-2,5335 \cdot 10^{-10}$	
24			$1,0405 \cdot 10^{-12}$	
30	$1,1 \cdot 10^{-10}$		$-9,7729 \cdot 10^{-9}$	
31	$6,649 \cdot 10^{-12}$		$3,8504 \cdot 10^{-10}$	
32	$-3,389 \cdot 10^{-13}$		$-2,3643 \cdot 10^{-12}$	

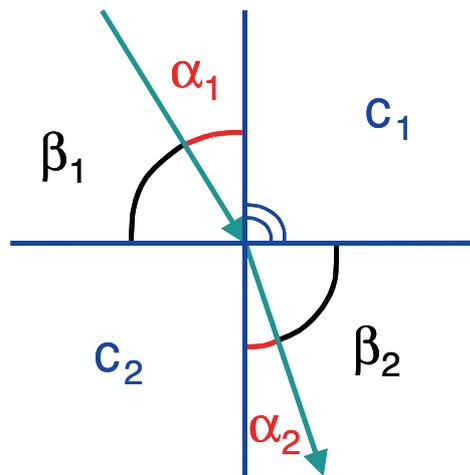
## 2.2 Physikalische Grundlagen: Refraktion

Um mit den gemessenen Wasserschallgeschwindigkeiten und Richtungen etwas über Refraktion auszusagen, muss zuerst geklärt werden, was Refraktion ist. Das soll in diesem Abschnitt geschehen.

Bei den in Kapitel 2.1.1 beschriebenen ausgesendeten Schallwellen handelt es sich um Longitudinalwellen, d.h. die Wellen schwingen entlang ihrer Ausbreitungsrichtung. Die Geschwindigkeit der Ausbreitung ist dabei abhängig von dem Medium, in dem sich die Wellen ausbreiten, z.B. liegt sie für Schallwellen in Luft bei  $330 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Im wesentlichen hängt die Schallgeschwindigkeit in flüssigen und gasförmigen Medien, wie voranstehend schon beschrieben, vom Kompressionsmodul und der Dichte des Mediums ab. Bei Seewasser können diese zwei Faktoren in die Messgrößen Druck, Temperatur und Salzgehalt des Wassers überführt werden. Aufgrund der Druckabhängigkeit ändert sich also die Schallgeschwindigkeit mit der Tiefe. Da Schallwellen wie alle anderen Wellen auch beim Übergang von einem Medium mit einer bestimmten Schallgeschwindigkeit in ein

zweites Medium mit einer unterschiedlichen Schallgeschwindigkeit gebrochen (refraktiert) werden, kann nicht von einem geraden Ausbreitungverlauf entlang der gesamten Ausbreitungstrecke ausgegangen werden. Es gilt das Brechungsgesetz nach Snellius wie in den nachfolgenden Formeln und Abb. 2.2 beschrieben ist:

$$\frac{c_1}{\sin \alpha_1} = \frac{c_2}{\sin \alpha_2} \quad \text{oder analog} \quad \frac{c_1}{\cos \beta_1} = \frac{c_2}{\cos \beta_2} \quad (2.2.1)$$



**Abb. 2.2:** Brechung nach Snellius

Da in einem Wasserkörper die Schichten in der Regel nicht scharf voneinander getrennt vorliegen und somit die Schallgeschwindigkeit meist nicht sprunghaft wechselt, wird die Formel nach Snellius im Differentiellen betrachtet. Daraus ergeben sich entsprechende Formeln für den Schallgeschwindigkeitsgradienten. Im Allgemeinen wird jedoch mit der einfachen Beziehung nach Snellius gearbeitet. Betrachtet man den Weg eines Schallstrahls, der in der Richtung eines aus der Lotrechten geneigten PFB läuft, ergibt sich folgende Situation: Der Schallstrahl (in Abb.2.3 gelb) wird an den Grenzen der unterschiedlichen Wasserschichten (geschtrichelte Linien) gebrochen, und nimmt somit nicht den direkten Weg zu seinem Reflektions-/Streuungspunkt am Boden(dunkelgrün).

Vereinfachend wird in dieser Abbildung davon ausgegangen, dass horizontale Wasserschichten, keine Translationsbewegungen des Schiffes zwischen Sende- und Empfangsepoche vorliegen, und dass die Sende- und Empfangsarrays einen gemeinsamen Mittelpunkt haben. Letzteres ist technisch noch nicht realisierbar, ersteres kann nicht kostengünstig gemessen werden und wird daher vernachlässigt. Ausgehend von diesen Vereinfachungen kann der Strahlverlauf nachberechnet werden, wenn die Schichtung des Wassers bekannt ist.

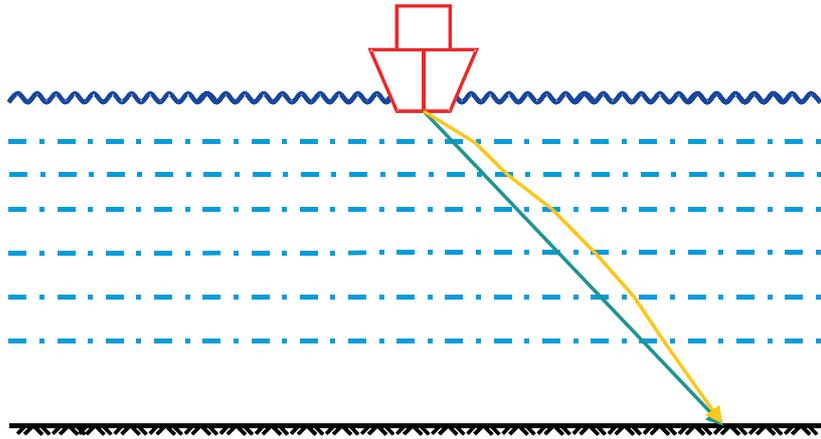


Abb. 2.3: Refraktion entlang eines PFBS

Ist die Schichtung unbekannt, müssen Korrekturverfahren verwendet werden, um bei gleicher theoretischer Richtung und gleicher gemessener Laufzeit den gleichen Bodenpunkt zu erhalten. Zum Beispiel kann eine alternative mittlere Schallgeschwindigkeit ( $c_{mean}$ ) ermittelt werden, mit der diese Bedingungen erfüllt werden und mit der entlang des dunkelgrünen Schallstrahls in Abb. 2.3 gerechnet wird. Die Aussenderichtung des dunkelgrünen Strahls stimmt mit dem „wahren“ Strahl nicht überein, da schon am Sender von einer Refraktion ausgegangen wird, die aufgrund des Übergangs von der Wasserschallgeschwindigkeit am Kiel (welche fortlaufend gemessen wird) zu der mittleren Schallgeschwindigkeit erfolgt. Hier wird von einem sprunghaften Übergang ausgegangen, d.h. es werden die Formeln nach Snellius (2.2.1) angewendet. Der Übergang ist in der Realität meist ein anderer, da die erste Schicht nach dem Wandler nicht unbedingt  $c_{mean}$  als Wasserschallgeschwindigkeit besitzt. Mit den so ermittelten Werten für die Laufzeit, den tatsächlichen Aussendewinkel (genaugenommen Empfangswinkel, da in Schiffsquerrichtung die Richtungsbestimmung beim Empfangsvorgang (Messmodus) geschieht) und der mittleren Schallgeschwindigkeit wird dann nach einfachen geometrischen Zusammenhängen der Bodenpunkt berechnet:

$$Ablage = 0.5 \cdot Laufzeit \cdot \sin(\text{theor. Aussendewinkel}) \cdot \frac{c_{mean}^2}{c_{keel}}$$

$$Tiefe = 0.5 \cdot Laufzeit \cdot c_{mean} \cdot \cos(\arcsin(\sin(\text{theor. Aussendewinkel}) \cdot \frac{c_{mean}}{c_{keel}})).$$

Als Ablage wird in der Bathymetrie die laterale Distanz zwischen dem Fächerecholot und dem Bodenpunkt bezeichnet.

Die entsprechenden Formeln für das Raytracing als Verfahren für die Strahlverfolgung durch ein bekanntes Wasserschallprofil, sind etwas komplexer und werden daher im folgenden Abschnitt extra behandelt.

## 2.3 Mathematische Zusammenhänge: Raytracing und $c_{\text{mean}}$

Bei bekannten Wasserschallprofilen ergibt sich die Situation, dass man nicht alle Schichten bzw. Schallgeschwindigkeitsübergänge exakt bestimmt, sondern nur diskrete Werte in bestimmten Abständen hat. Zwischen diesen diskreten Werten liegt eine zu bearbeitende Wasserschicht, für die es zu zwei Fällen kommen kann: Die Wasserschicht besitzt eine konstante Schallgeschwindigkeit oder einen konstanten Schallgeschwindigkeitsgradienten. Betrachtet werden muss daher die Auswirkung unterschiedlicher Wasserschichtungsannahmen auf die Berechnung der Bodenpunktkoordinaten. Diese Formeln werden im Verlauf der Diplomarbeit im wesentlichen auch beim Raytracing durch bekannte Wasserschichten verwendet, zu finden sind diese bei de Moustier (2000) und Medwin und Clay (1998).

### 2.3.1 Wasserschichten mit konstanter Schallgeschwindigkeit

Nach de Moustier (2000) können nun folgende Zusammenhänge erschlossen werden. Wird dem Brechungsgesetz nach Snellius gefolgt mit:

$$\frac{\sin \alpha_1}{c_1} = p = \text{const.} \quad (2.3.1)$$

und wird die Mächtigkeit der Schicht  $i$  (mit  $z_i$  als Tiefe des Schichtbeginns) definiert als:

$$\Delta_i = z_{i+1} - z_i \quad (2.3.2)$$

so ergibt sich die Ablage  $x$  nach  $N$  Schichten als:

$$x = \sum_{i=1}^N \frac{c_i \cdot p \cdot \Delta_i}{\sqrt{1 - (c_i \cdot p)^2}} \quad (2.3.3)$$

und die Tiefe  $z$  als:

$$z = \sum_{i=1}^N \Delta_i. \quad (2.3.4)$$

Dabei ist jedoch unbekannt, wie groß die Anzahl  $N$  der durchlaufenen Schichten ist, da das Messsignal diese Information nicht trägt. Bestimmen kann man das Ende der Summationen durch die Laufzeit, aus den Laufzeitinkrementen  $t$ :

$$t = \sum_{i=1}^N \frac{\Delta_i}{c_i \cdot \sqrt{1 - (c_i \cdot p)^2}}. \quad (2.3.5)$$

Das Laufzeitinkrement  $t$  ist jeweils die Laufzeit bis zum Ende der Schicht  $i$  als einfacher Weg. Wird diese aufsummierte Laufzeit mit der Hälfte der gemessenen Laufzeit (die gemessene Laufzeit beinhaltet Hin- und Rückweg, also den zweifachen Weg) verglichen, ergibt sich die Information in welcher Schicht das Signal den Boden erreicht hat, nämlich dann, wenn die Summe der Laufzeitinkremente die Hälfte der gemessenen Laufzeit übersteigt. Endet das Schichtmodell bevor die entsprechende Laufzeit erreicht wurde, wird im Allgemeinen von einer sehr tiefen letzten Schicht mit einer bestimmten Wasserschallgeschwindigkeit ausgegangen. Die letzte Tiefe wird frei gewählt, muss aber auf jeden Fall eine Tiefe sein, die nicht erreichbar ist. Für diese Tiefe lässt sich die Schallgeschwindigkeit aus den tieferen Bereichen des jeweiligen Wasserschallprofils ableiten. Diese tieferen Bereiche zeigen meist ein lineares Verhalten, so dass eine diese lineare Verhalten wiedergebende Geradengleichung bestimmt werden muss, um für die letzte Tiefe eine Wasserschallgeschwindigkeit zu ermitteln.

In der letzten Schicht muss anschließend interpoliert werden, wie dick die Schicht sein müsste, damit der Bodenpunkt am Schichtende  $z_{i+1}$  liegt, und die oben genannten Formeln die korrekten Ergebnisse ergeben.

### 2.3.2 Wasserschichten mit konstantem Schallgeschwindigkeitsgradienten

Für diese Annahme muss wiederum nach de Moustier (2000) zusätzlich zu den in 2.3.1 beschriebenen Parametern  $p$  und  $\Delta_i$  noch für den Schallgeschwindigkeitsgradienten jeder Schicht ein Parameter  $g_i$  eingeführt werden. Dieser lässt sich dann berechnen als:

$$g_i = \frac{c_{i+1} - c_i}{\Delta_i}. \quad (2.3.6)$$

Mittels dieses neuen Gradienten lässt sich jetzt die Krümmung des Strahlverlaufs in der  $i$ -ten Schicht berechnen als:

$$R_i = -\frac{1}{p \cdot g_i}. \quad (2.3.7)$$

Somit sind alle Voraussetzungen gegeben, um nun wieder die Ablage  $x$  und die Tiefe  $z$  des Bodenpunktes sowie die einfache Laufzeit  $t$  zu diesem Bodenpunkt zu ermitteln. Dies geschieht nach den folgenden Formeln:

$$x = \sum_{i=1}^N \frac{\sqrt{1 - (p \cdot c_i)^2} - \sqrt{1 - (p \cdot (c_i + g_i \cdot \Delta_i))^2}}{p \cdot g_i} \quad (2.3.8)$$

$$z = \sum_{i=1}^N \Delta_i \quad (2.3.9)$$

$$t = \sum_{i=1}^N \frac{\arcsin[p \cdot (c_i + g_i \cdot \Delta_i)] - \arcsin[p \cdot c_i]}{p \cdot g_i^2 \cdot \Delta_i} \cdot \ln\left[1 + \frac{g_i \cdot \Delta_i}{c_i}\right]. \quad (2.3.10)$$

Mittels der in diesem und dem vorgehenden Abschnitt genannten Formeln wurde ein Raytracing durch die Wassersäule für die Kalibriermessungen berechnet, das in den Plots der Kalibrierprofile mit angegeben wird.

Analog zur Berechnung der Lage des Bodenpunktes mittels eines gegebenen Wasserschallprofils, kann auch die mittlere Wasserschallgeschwindigkeit  $c_{mean}$  aus einem gegebenen Profil abgeleitet werden. Die dazu notwendigen Berechnungen folgen im nächsten Abschnitt.

### 2.3.3 Mittlere Wasserschallgeschwindigkeit $c_{mean}$

#### 2.3.3.1 Theorie

Für den Begriff der mittleren Wasserschallgeschwindigkeit gibt es verschiedene Definitionen, dabei kann mitunter das arithmetische Mittel gemeint sein oder auch ein gewichtetes Mittel. Wird davon ausgegangen, dass die Geschwindigkeit als Quotient aus tatsächlich zurückgelegter Strecke und benötigter Zeit berechnet wird, so empfiehlt es sich, ein gewichtetes Mittel zu wählen. Es existieren verschiedene Gewichtungsmöglichkeiten: zum einen kann nach der in der Schicht zurückgelegten vertikalen Distanz  $\Delta z_i$  gewichtet werden, zum anderen nach der Zeit  $t_i$ , die das Signal in dieser einen Schicht verbringt.

Ersteres wird von Maul und Bishop (1970) vertreten. Sie gelangen für eine mittlere Schallgeschwindigkeit  $c_{mean}$  zu folgender Formel:

$$c_{mean} = \left[ \frac{1}{z} \sum_{i=1}^n \frac{\Delta z_i}{v_i} \right]^{-1}. \quad (2.3.11)$$

Für die alternative Gewichtung nach der Verweildauer, lässt sich schreiben :

$$c_{mean} = \left[ \frac{1}{t} \sum_{i=1}^n \frac{t_i}{v_i} \right]^{-1}. \quad (2.3.12)$$

Beide Gewichtungsverfahren sind für den Fall der Wasserschichtung mit konstanten Wasserschallgeschwindigkeiten geeignet, da sie von Schichten mit einheitlichen Wasserschallgeschwindigkeiten innerhalb jeder Schicht ausgehen.

Für den Fall der Wasserschichtung mit konstantem Schallgeschwindigkeitsgradienten lässt sich bei de Moustier (2000) eine entsprechende Entwicklung finden. Dabei wird als Definition für  $c_{mean}$  von folgendem ausgegangen: „Die mittlere Wasserschallgeschwindigkeit durch die Wassersäule [...] ist der Quotient aus der gesamten zurückgelegten vertikalen Distanz geteilt durch die Gesamtzeit.“ Die mittlere Wasserschallgeschwindigkeit  $c_{mean}$  lässt sich somit berechnen aus:

$$c_{mean} = (z - z_0) \left[ \sum_{i=1}^n \frac{1}{g_i} \ln\left(1 + \frac{g_i \Delta_i}{c_i}\right) \right]^{-1} \quad (2.3.13)$$

Bei allen drei Verfahren wird die mittlere Wasserschallgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Schichten unterschiedlicher Wasserschallgeschwindigkeiten, die mit der Tiefe variieren, berechnet, und es ergibt sich ein im Vergleich zum geschichteten Wasserschallprofil glatterer Verlauf.

Als Beispiel seien die beiden Profile von den in der nachfolgenden Bearbeitung und Auswertung hauptsächlich genutzten Tagen dargestellt, die mit der Formel nach Maul und Bishop (1970) berechnet wurden:

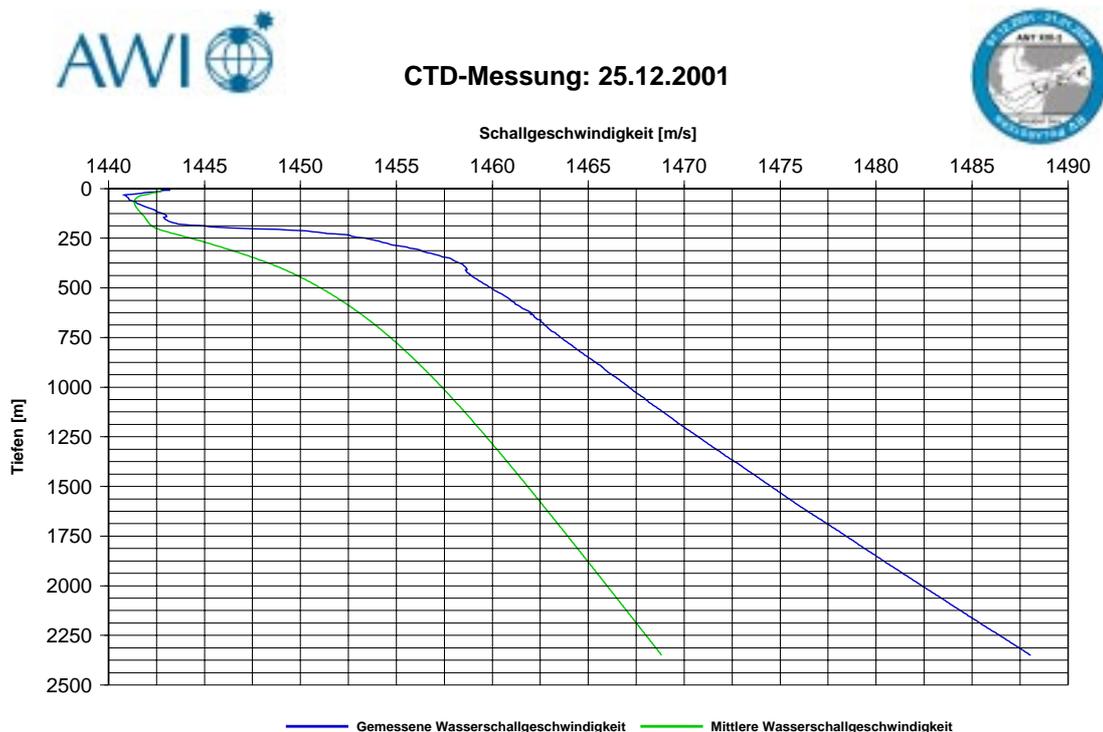
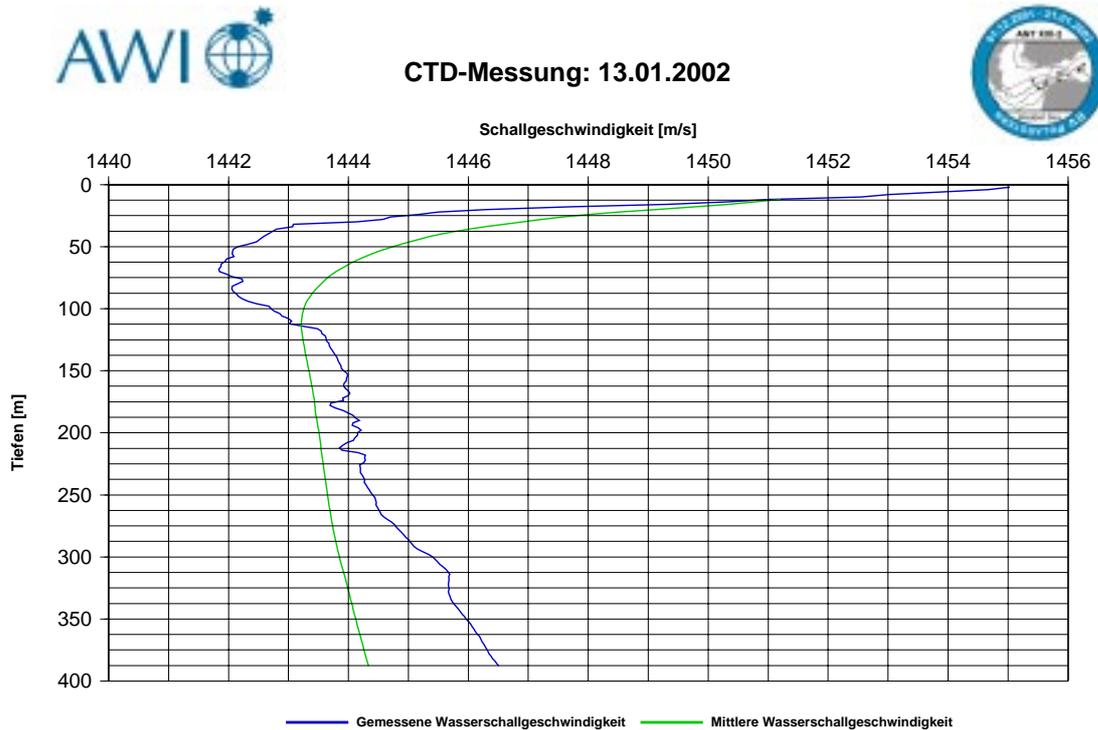


Abb. 2.4: Wasserschallprofile Station PS61/22 25.12.2001

Dabei stellt das Profil in Abb.2.4 ein in seiner Form typisches antarktisches Tiefwasserprofil dar, wenn auch ohne antarktisches Bodenwasser, während das Profil in Abb.2.5 ein Flachwasserprofil östlich der antarktischen Halbinsel zeigt. Die Flachwas-



**Abb. 2.5:** Wasserschallprofile Station PS61/36 13.01.2002

serprofile können stärker variieren, daher ist das Beispiel in Abb.2.5 nicht unbedingt typisch.

### 2.3.3.2 Auswirkungen

Die Auswirkungen der Verwendung einer falschen mittleren Wasserschallgeschwindigkeit sollen anhand von zwei Abbildungen dargestellt werden. Dabei kommt es zu zwei typischen Deformationen eines „wahren“ Horizonts. Im Falle eines als zu groß bestimmten  $c_{mean}$  werden die äußeren Enden des Profils nach oben gebogen, was einer Verbreiterung der Winkelabstände zwischen den Beams entspricht, indes wird der Centerbeam, das ist der Beam, der parallel zur Lotrechten in der Mitte des Fächers steht, nach unten versetzt (siehe Abb. 2.6).

Im Falle eines zu klein bestimmten  $c_{mean}$  geschieht das genaue Gegenteil, die äußeren Beams werden nach unten gebogen, während der Centerbeam nach oben versetzt wird (siehe Abb. 2.7).

Man spricht bei diesen typischen Formen im Englischen auch von „Smilies“ und „Frownies“, welche die wesentlichen Anzeichen für falsch korrigierte Refraktion sind. Wichtig ist festzustellen, dass die Refraktion systematisch auf alle Beams einwirkt, was sie von anderen systematischen Fehlern, die bei dem Fächerecholot HYDROSWEEP DS-2 aufgetreten sind, unterscheidet.

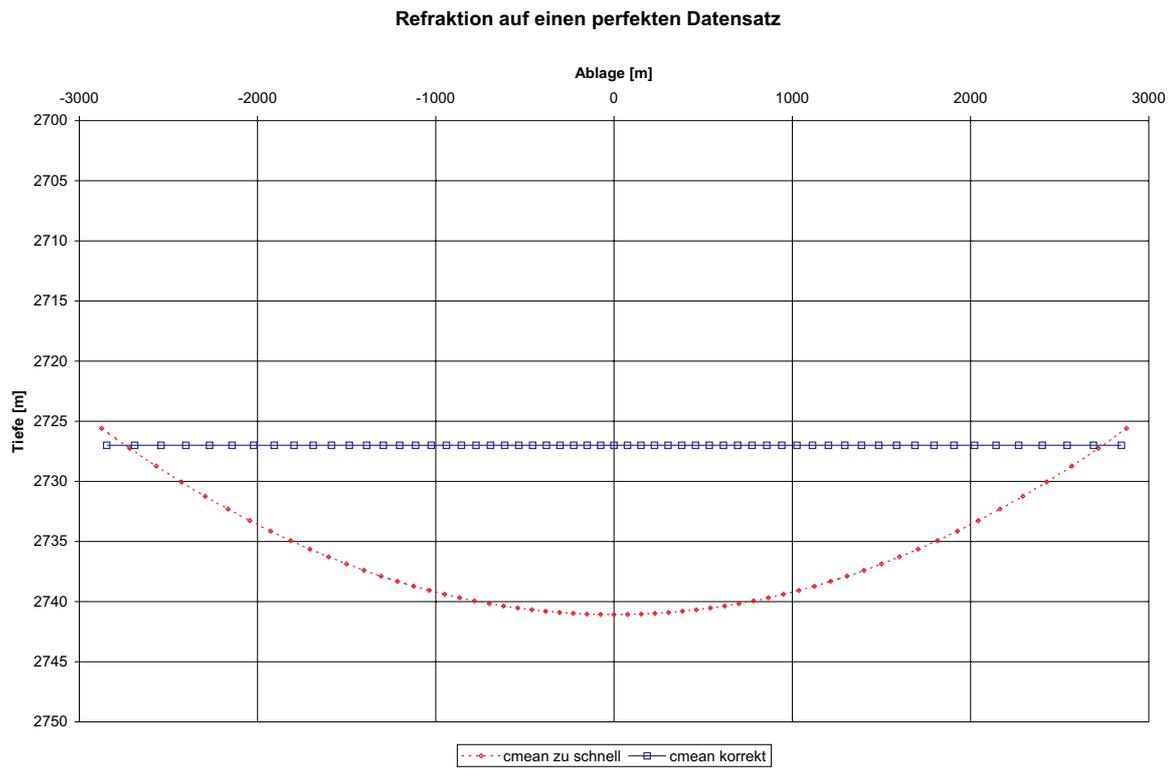


Abb. 2.6: Auswirkung eines zu großen  $c_{mean}$

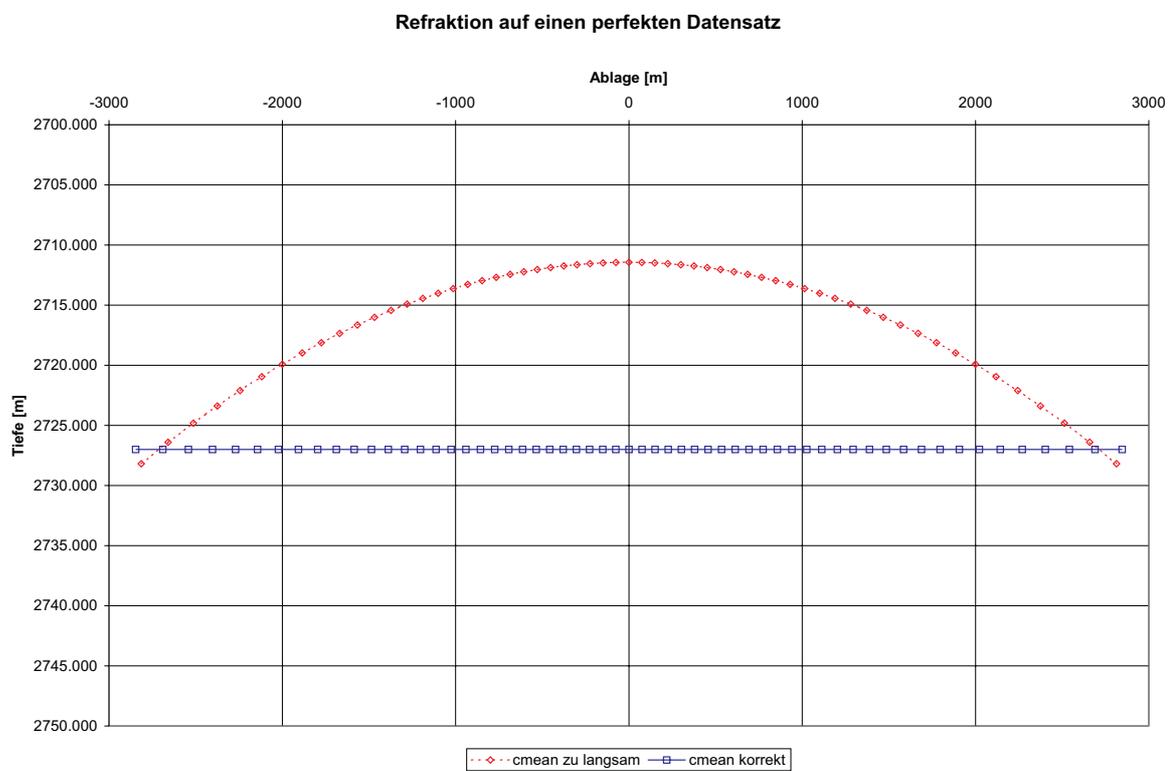


Abb. 2.7: Auswirkung eines zu kleinen  $c_{mean}$

## 2.4 Abläufe der Ausgleichungsverfahren

Als zweiter großer Abschnitt der Mathematik stellt sich in dieser Arbeit die Ausgleichsrechnung dar. In diesem Abschnitt werden die unterschiedlichen Ausgleichsalgorithmen, die verwendet wurden, formelseitig dargestellt. Angefangen wird hier mit den grundlegenden Ausgleichsverfahren: Lineare Regression und Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen, die für die einfachsten Entwicklungen eines Ausgleichungsansatzes vonnöten sind. Anschließend werden die fortgeschritteneren Methoden des Allgemeinfalls der Ausgleichsrechnung und des Data Snoopings nach Baarda vorgestellt, die bei den voll entwickelten Ausgleichungsansätzen eingesetzt werden.

Die Herleitung der Ausgleichungsverfahren ist in unterschiedlichen Quellen nachzuschlagen: Die Kapitel 2.4.1 bis 2.4.3 können sowohl in (Pelzer, 1985) als auch in Pelzer (1997) nachgelesen werden. Das Kapitel 2.4.4 über Data Snooping ist im wesentlichen (Jacobsen, 1999) entnommen, ist aber auch bei (Pelzer, 1985) zu finden.

### 2.4.1 Lineare Regression

Bei der linearen Regression, wie sie in Kapitel 5 zur Bestimmung einer Ausgleichsgeraden durch eine Punktfolge vorgeschlagen wird, muss zum einen eine Regression der Tiefe  $z$  auf die Ablage  $x$  erfolgen, um die Formel 5.1:  $z = mx + b$  zu erhalten. Zum anderen muss gleichzeitig eine Regression der Ablage  $x$  auf die Tiefe  $z$  erfolgen, um am Ende das Bestimmtheitsmaß der linearen Regression ermitteln zu können. Da die Abläufe im wesentlichen analog zueinander sind, werden sie hier gemeinsam aufgeführt. Dabei werden  $n$  Punkte angenommen, über die die Regression laufen soll. Zunächst müssen die Schwerpunkte der Punktmenge ermittelt werden:

$$\bar{z} = \frac{1}{n}[z] \quad \bar{x} = \frac{1}{n}[x] \quad (2.1.14)$$

Anschließend müssen die Werte auf die Schwerpunkte zentriert werden:

$$\underline{\mathbf{z}}' = \underline{\mathbf{z}} - \underline{\mathbf{e}} \cdot \bar{z} \quad \underline{\mathbf{x}}' = \underline{\mathbf{x}} - \underline{\mathbf{e}} \cdot \bar{x}. \quad (2.1.15)$$

Nun folgen die eigentlichen Regressionen:

$$z = a_z + b_z \cdot x \quad x = a_x + b_x \cdot z. \quad (2.1.16)$$

Die Koeffizienten  $a_x, a_z, b_x$  und  $b_z$  lassen sich nun errechnen aus:

$$b_z = \frac{\underline{\mathbf{x}}'^T \cdot \underline{\mathbf{z}}'}{\underline{\mathbf{x}}'^T \cdot \underline{\mathbf{x}}'} \quad a_z = \bar{z} - b_z \cdot \bar{x} \quad b_x = \frac{\underline{\mathbf{z}}'^T \cdot \underline{\mathbf{z}}'}{\underline{\mathbf{z}}'^T \cdot \underline{\mathbf{z}}'} \quad a_x = \bar{x} - b_x \cdot \bar{z}. \quad (2.1.17)$$

Ein möglicher Scherwinkel  $\delta$  zwischen den beiden Regressionsgeraden ließe sich berechnen als:

$$\delta = \frac{\pi}{2} - (\arctan(b_x) + \arctan(b_y)). \quad (2.1.18)$$

Das Bestimmtheitsmaß der linearen Regression, also die Größe, die angibt, wie gut die Regressionslinie zu den Werten passt, ist:

$$r_{xz}^2 = b_x \cdot b_z. \quad (2.1.19)$$

## 2.4.2 Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen

Bei der Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen - auch „Gauß-Markov-Modell“ genannt - gibt es einen fest vorgegebenen Ablauf, der hier auf die Problemstellung angepasst wiedergegeben werden soll.

### 2.4.2.1 Beobachtungs- und Unbekanntenvektor

Zuerst wird der Beobachtungsvektor aller  $n$  Beobachtungen, hier als Beispiel die gemessenen Laufzeiten aller  $n$  Beams eines Kalibrierprofils, aufgestellt.

$$\underline{\mathbf{L}} = \begin{pmatrix} t_{mess_1} \\ t_{mess_2} \\ \vdots \\ t_{mess_n} \end{pmatrix} \quad (2.2.1)$$

Als nächstes muss der Unbekanntenvektor, auch als Parametervektor bezeichnet, aufgestellt werden, der in diesem Falle ein Vektor der Dimension 1 ist, da ja mit  $c_{mean}$  nur eine Unbekannte vorliegt. Es ergibt sich also:

$$\underline{\mathbf{X}} = (c_{mean}) \quad (2.2.2)$$

### 2.4.2.2 Stochastisches Modell und Kovarianzmatrix

Das stochastische Modell besagt, dass der Erwartungswert der Beobachtungen dem wahren Wert  $\tilde{\underline{\mathbf{L}}}$  der Beobachtungen entspricht

$$E\{\underline{\mathbf{L}}\} = \tilde{\underline{\mathbf{L}}} \quad (2.2.3)$$

Die entsprechende Kovarianzmatrix der Beobachtungen ergibt sich zu

$$\underline{\Sigma}_{LL} = \begin{pmatrix} \sigma_{t_{mess_1}}^2 & & & \\ & \sigma_{t_{mess_2}}^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sigma_{t_{mess_n}}^2 \end{pmatrix} \quad (2.2.4)$$

Die Kovarianzmatrix ergibt sich als Diagonalmatrix, da nichts über Korrelationen der einzelnen Messungen bekannt ist, und somit die Unabhängigkeit der einzelnen Messungen untereinander angenommen wird.

### 2.4.2.3 Funktionales und linearisiertes funktionales Modell

Das funktionale Modell ergibt sich zu:

$$\hat{\underline{\mathbf{L}}} = \underline{\varphi}(\hat{\underline{\mathbf{X}}}) = \begin{pmatrix} \varphi_1(\hat{\underline{\mathbf{X}}}) \\ \varphi_2(\hat{\underline{\mathbf{X}}}) \\ \vdots \\ \varphi_n(\hat{\underline{\mathbf{X}}}) \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{L}} + \underline{\mathbf{v}}, \quad (2.2.5)$$

wobei  $\underline{\mathbf{v}}$  der Verbesserungsvektor und  $\varphi$  die jeweilige Beobachtungsgleichung darstellt, also die Gleichung, in der sich die Beobachtung als eine Funktion der Unbekannten ergibt.

In dieser Schreibweise stellen die mit “ $\hat{\phantom{x}}$ ” gekennzeichneten Größen die ausgeglichenen Größen dar.

Anschließend muss eine genäherte Unbekannte  $\underline{\mathbf{X}}^0$  gewählt werden, die ausreichend nah an der wahren Unbekannten liegt, so dass die Linearisierung des Ausgleichsalgorithmus’ (Abbruch der Taylor-Entwicklung der Funktion  $\varphi$  nach dem Term ersten Grades) gerechtfertigt ist. Dazu sollte es ausreichen, eine aus früheren Messungen bekannte Lösung für die Unbekannte zu wählen. Falls das nicht der Fall ist, muss der Ausgleichsalgorithmus mehrfach durchlaufen werden, um im Zuge der Wiederholungen die Unbekannte entsprechend anzunähern.

Mit dieser genäherten Unbekannten werden die genäherten Beobachtungen  $\underline{\mathbf{L}}^0$  über die Funktion  $\varphi$  berechnet. Aus der Differenz zwischen den tatsächlichen Beobachtungen und den genäherten Beobachtungen wird der gekürzte Beobachtungsvektor  $\underline{\mathbf{l}}$  berechnet. Es ergibt sich als linearisiertes funktionales Modell:

$$\hat{\underline{\mathbf{L}}} = \underline{\mathbf{L}}^0 + \hat{\underline{\mathbf{l}}} = \underline{\varphi}(\underline{\mathbf{X}}^0) + \hat{\underline{\mathbf{l}}} \quad (2.2.6)$$

bzw.

$$\underline{\mathbf{l}} = \underline{\mathbf{L}} - \underline{\mathbf{L}}^0 = \underline{\mathbf{L}} - \underline{\varphi}(\underline{\mathbf{X}}^0) \quad (2.2.7)$$

### 2.4.2.4 Designmatrix und linearisierter Verbesserungsvektor

Die Elemente der Designmatrix - auch Modellmatrix oder Konfigurationsmatrix genannt - ergeben sich als Ableitung der Funktion  $\varphi$  für jede Beobachtung nach der

Unbekannten, so dass sich folgende Matrix ergibt:

$$\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} f'(c_{mean})_1 \\ f'(c_{mean})_2 \\ \vdots \\ f'(c_{mean})_n \end{pmatrix} \quad (2.2.8)$$

Aus dem linearisierten funktionalen Modell lässt sich dann der linearisierte Verbesserungsvektor  $\underline{\mathbf{v}}$  ableiten durch:

$$\underline{\mathbf{v}} = \underline{\mathbf{A}} \cdot \underline{\hat{\mathbf{x}}} - \underline{\mathbf{l}}. \quad (2.2.9)$$

Dabei ist  $\underline{\hat{\mathbf{x}}}$  die Verbesserung der genäherten Unbekannten, die später im Algorithmus bestimmt wird.

#### 2.4.2.5 Kofaktor- und Gewichtsmatrix

Als Erweiterung des stochastischen Modells werden die Kofaktormatrix  $\underline{\mathbf{Q}}_{LL}$  und die Gewichtsmatrix  $\underline{\mathbf{P}}$  berechnet. Dazu muss man zunächst eine a-priori Standardabweichung der Gewichtseinheit  $\sigma_0$  wählen. Mittels dieser folgt:

$$\underline{\mathbf{Q}}_{LL} = \frac{1}{\sigma_0^2} \cdot \underline{\Sigma}_{LL} \quad \underline{\mathbf{P}} = \underline{\mathbf{Q}}_{LL}^{-1} \quad (2.2.10)$$

#### 2.4.2.6 Berechnung der ausgeglichenen Größen

Als erstes werden hierbei Normalgleichungsmatrix  $\underline{\mathbf{N}}$  und -vektor  $\underline{\mathbf{n}}$  berechnet:

$$\underline{\mathbf{N}} = \underline{\mathbf{A}}^T \cdot \underline{\mathbf{P}} \cdot \underline{\mathbf{A}} \quad \underline{\mathbf{n}} = \underline{\mathbf{A}}^T \cdot \underline{\mathbf{P}} \cdot \underline{\mathbf{l}}. \quad (2.2.11)$$

Darauf folgt für den Verbesserungsvektor der genäherten Unbekannten  $\underline{\hat{\mathbf{x}}}$ :

$$\underline{\hat{\mathbf{x}}} = \underline{\mathbf{N}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{n}}. \quad (2.2.12)$$

Somit ergibt sich die ausgeglichene Unbekannte  $\underline{\hat{\mathbf{X}}}$  zu:

$$\underline{\hat{\mathbf{X}}} = \underline{\mathbf{X}}^0 + \underline{\hat{\mathbf{x}}}. \quad (2.2.13)$$

Die zugehörige Kofaktormatrix lässt sich dann feststellen als:

$$\underline{\mathbf{Q}}_{\hat{\mathbf{X}}\hat{\mathbf{X}}} = \underline{\mathbf{N}}^{-1}. \quad (2.2.14)$$

Für die Verbesserungen gilt Formel 2.2.9. Mit diesen Verbesserungen ergeben sich dann die ausgeglichenen Beobachtungen wie im funktionalen Modell bereits beschrieben als:

$$\underline{\hat{\mathbf{L}}} = \underline{\mathbf{L}} + \underline{\mathbf{v}}. \quad (2.2.15)$$

### 2.4.2.7 Proben

Unerlässlich zur Kontrolle des korrekten Ablaufs des Algorithmus' sind die Proben. Zunächst kann man auf Rechenfehler verproben:

$$\underline{\mathbf{A}}^T \cdot \underline{\mathbf{P}} \cdot \underline{\mathbf{v}} \stackrel{!}{=} 0 \quad \underline{\mathbf{v}}^T \cdot \underline{\mathbf{P}} \cdot \underline{\mathbf{v}} \stackrel{!}{=} -\underline{\mathbf{v}}^T \cdot \underline{\mathbf{P}} \cdot \underline{\mathbf{l}} \quad (2.2.16)$$

Als generelle Schlussprobe muss gelten:

$$\underline{\hat{\mathbf{L}}} \stackrel{!}{=} \underline{\varphi}(\underline{\hat{\mathbf{X}}}) \quad (2.2.17)$$

Treten bei den ersten beiden Proben Fehler auf, so ist zu kontrollieren, ob alle Formeln korrekt verwendet wurden. Ist die Schlussprobe inkorrekt, so ist davon auszugehen, dass die Näherung der Unbekannten nicht ausreichend exakt war. Zur Abhilfe kann die Ausgleichung noch mal mit der soeben erhaltenen ausgeglichenen Unbekannten als Näherung der Unbekannten wiederholt werden.

### 2.4.2.8 Empirische Standardabweichung der Gewichtseinheit

Ausgehend davon, dass die Proben befriedigend verlaufen sind, kann nun die empirische Standardabweichung der Gewichtseinheit  $s_0$  berechnet werden als:

$$s_0 = \sqrt{\frac{\underline{\mathbf{v}}^T \cdot \underline{\mathbf{P}} \cdot \underline{\mathbf{v}}}{n - u}} \quad (2.2.18)$$

Dabei ist  $n$  die Anzahl der Beobachtungen und  $u$  die Anzahl der Unbekannten, deren Differenz als die Anzahl der Freiheitsgrade  $f$  bezeichnet wird. Diese Standardabweichung wird auch als a-posteriori Standardabweichung bezeichnet, da sie im Gegensatz zur a-priori Standardabweichung der Gewichtseinheit erst nach der Ausgleichung ermittelt wird.

### 2.4.2.9 Empirische Kovarianzmatrizen

Mit der empirischen Standardabweichung der Gewichtseinheit lassen sich nun die Kovarianzmatrizen der ausgeglichenen Größen berechnen, als Interessanteste für die Aufgabenstellung die der Unbekannten, da sich aus ihr die Standardabweichung der Unbekannten ermitteln läßt:

$$\underline{\Sigma}_{\hat{\mathbf{X}}\hat{\mathbf{X}}} = s_0^2 \cdot \underline{\mathbf{Q}}_{\hat{\mathbf{X}}\hat{\mathbf{X}}}. \quad (2.2.19)$$

Des Weiteren werden die Kovarianzmatrizen der ausgeglichenen Beobachtungen  $\underline{\Sigma}_{\hat{\mathbf{L}}\hat{\mathbf{L}}}$  und der Verbesserungen  $\underline{\Sigma}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}$  berechnet:

$$\underline{\Sigma}_{\hat{\mathbf{L}}\hat{\mathbf{L}}} = s_0^2 \cdot \underline{\mathbf{Q}}_{\hat{\mathbf{L}}\hat{\mathbf{L}}} = s_0^2 \cdot \underline{\mathbf{A}} \cdot \underline{\mathbf{Q}}_{\hat{\mathbf{X}}\hat{\mathbf{X}}} \cdot \underline{\mathbf{A}}^T \quad (2.2.20)$$

$$\underline{\Sigma}_{\mathbf{v}\mathbf{v}} = s_0^2 \cdot (\underline{\mathbf{Q}}_{\hat{\mathbf{L}}\hat{\mathbf{L}}} - \underline{\mathbf{Q}}_{\mathbf{L}\mathbf{L}}). \quad (2.2.21)$$

### 2.4.3 Allgemeinfeld der Ausgleichung

Beim Allgemeinfeld der Ausgleichung - auch „Gauß-Helmert-Modell“ genannt - wird ebenso wie bei der Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen ein festes Schema durchlaufen, das hier dargestellt werden soll.

Beobachtungsvektor, Unbekanntenvektor und stochastisches Modell erklären sich im wesentlichen analog zur Methode der Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen.

#### 2.4.3.1 Funktionales und linearisiertes funktionales Modell

Das funktionale Modell ergibt sich hier zu:

$$\underline{\varphi}(\hat{\mathbf{L}}, \hat{\mathbf{X}}) = \begin{pmatrix} \varphi_1(\hat{\mathbf{L}}, \hat{\mathbf{X}}) \\ \varphi_2(\hat{\mathbf{L}}, \hat{\mathbf{X}}) \\ \vdots \\ \varphi_n(\hat{\mathbf{L}}, \hat{\mathbf{X}}) \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{0}} \quad (2.3.1)$$

Dies ist der erste große Unterschied zur Methode der Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen, da hier die Beobachtungsgleichung eine Funktion ist, deren Variablen sowohl die Unbekannte als auch Beobachtungen sind.

Wiederum erfolgt eine Linearisierung, indem ein Tayloransatz an der Stelle  $\underline{\mathbf{X}}^0$  gewählt wird, so dass die Taylorentwicklung für die Funktion nach den linearen, nicht-kombinierten Termen für Unbekannte und Beobachtungen abgebrochen werden kann. Es ergibt sich dann als linearisiertes funktionales Modell:

$$\underline{\varphi}(\hat{\mathbf{L}}, \hat{\mathbf{X}}) = \underline{\mathbf{B}} \cdot \underline{\mathbf{v}} + \underline{\mathbf{A}} \cdot \hat{\mathbf{x}} + \underline{\mathbf{w}} = 0 \quad (2.3.2)$$

#### 2.4.3.2 Designmatrizen und Widerspruchsvektor

Designmatrizen existieren zum einen für die Unbekannten und zum anderen für die Beobachtungen,  $\underline{\mathbf{A}}$  respektive  $\underline{\mathbf{B}}$ . Sie werden wie folgt berechnet:

$$\underline{\mathbf{A}} = \left( \frac{d\varphi(\underline{\mathbf{L}}, \underline{\mathbf{X}})}{d\mathbf{X}} \right)_0 \quad (2.3.3)$$

$$\underline{\mathbf{B}} = \left( \frac{d\varphi(\underline{\mathbf{L}}, \underline{\mathbf{X}})}{d\mathbf{L}} \right)_0 \quad (2.3.4)$$

Der Widerspruchsvektor ergibt sich aus der Berechnung der Funktion mit den Näherungsunbekannten und den tatsächlichen Beobachtungen:

$$\underline{\mathbf{w}} = \varphi(\underline{\mathbf{L}}, \underline{\mathbf{X}}_0). \quad (2.3.5)$$

### 2.4.3.3 Kofaktormatrix

Als Erweiterung des stochastischen Modells wird die Kofaktormatrix  $\underline{\mathbf{Q}}_{LL}$  berechnet. Dazu muss man zunächst eine a-priori Standardabweichung der Gewichtseinheit  $\sigma_0$  wählen, mittels dieser dann folgt:

$$\underline{\mathbf{Q}}_{LL} = \frac{1}{\sigma_0^2} \cdot \hat{\underline{\Sigma}}_{LL}. \quad (2.3.6)$$

### 2.4.3.4 Normalgleichungen und Korrelatenvektor

Für die Normalgleichungen ergeben sich folgende Zusammenhänge:

$$\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{B}} \underline{\mathbf{Q}}_{LL} \underline{\mathbf{B}}^T & \vdots & \underline{\mathbf{A}} \\ \dots & & \dots \\ \underline{\mathbf{A}}^T & \vdots & \underline{\mathbf{0}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{k}} \\ \dots \\ \underline{\hat{\mathbf{x}}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{w}} \\ \dots \\ \underline{\mathbf{0}} \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{0}}.$$

Dabei ist die erste Matrix die Normalgleichungsmatrix, die invertiert werden muss, um zu den Normalgleichungen zu gelangen:

$$\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{B}} \underline{\mathbf{Q}}_{LL} \underline{\mathbf{B}}^T & \vdots & \underline{\mathbf{A}} \\ \dots & & \dots \\ \underline{\mathbf{A}}^T & \vdots & \underline{\mathbf{0}} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{Q}}_{11} & \vdots & \underline{\mathbf{Q}}_{12} \\ \dots & & \dots \\ \underline{\mathbf{Q}}_{21} & \vdots & \underline{\mathbf{Q}}_{22} \end{pmatrix}$$

Somit ergeben sich folgende Formelzusammenhänge für die Normalgleichungen:

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{Q}}_{22} &= -[\underline{\mathbf{A}}^T (\underline{\mathbf{B}} \underline{\mathbf{Q}}_{LL} \underline{\mathbf{B}}^T)^{-1} \underline{\mathbf{A}}]^{-1} \\ \underline{\mathbf{Q}}_{12} &= -[\underline{\mathbf{B}} \underline{\mathbf{Q}}_{LL} \underline{\mathbf{B}}^T]^{-1} \underline{\mathbf{A}} \underline{\mathbf{Q}}_{22} \\ \underline{\mathbf{Q}}_{21} &= \underline{\mathbf{Q}}_{12}^T \\ \underline{\mathbf{Q}}_{11} &= (\underline{\mathbf{B}} \underline{\mathbf{Q}}_{LL} \underline{\mathbf{B}}^T)^{-1} [\underline{\mathbf{E}} - \underline{\mathbf{A}} \underline{\mathbf{Q}}_{21}]. \end{aligned} \quad (2.3.7)$$

Nun muss noch der Korrelatenvektor  $\underline{\mathbf{k}}$  eingeführt werden als:

$$\underline{\mathbf{k}} = -\underline{\mathbf{Q}}_{11} \underline{\mathbf{w}} \quad (2.3.8)$$

### 2.4.3.5 Berechnung der ausgeglichenen Größen

Der ausgeglichene Parametervektor folgt als:

$$\hat{\underline{\mathbf{x}}} = -\underline{\mathbf{Q}}_{21} \underline{\mathbf{w}} \quad (2.3.9)$$

Durch ihn wird es ermöglicht, die ausgeglichene Unbekannte nach folgender Formel zu ermitteln:

$$\hat{\underline{\mathbf{X}}} = \underline{\mathbf{X}}_0 + \hat{\underline{\mathbf{x}}}. \quad (2.3.10)$$

Die Kofaktormatrix der ausgeglichenen Unbekannten folgt aus den Normalgleichungen nach:

$$\underline{\mathbf{Q}}_{\hat{\underline{\mathbf{X}}}\hat{\underline{\mathbf{X}}}} = -\underline{\mathbf{Q}}_{22}. \quad (2.3.11)$$

Für die Verbesserungen gilt folgende Formel:

$$\underline{\mathbf{v}} = -\underline{\mathbf{Q}}_{LL} \underline{\mathbf{B}}^T \underline{\mathbf{k}}. \quad (2.3.12)$$

Mit diesen Verbesserungen ergeben sich dann die ausgeglichenen Beobachtungen als:

$$\hat{\underline{\mathbf{L}}} = \underline{\mathbf{L}} + \underline{\mathbf{v}}. \quad (2.3.13)$$

### 2.4.3.6 Proben

Als generelle Schlussprobe muss gelten:

$$\varphi(\hat{\underline{\mathbf{L}}}, \hat{\underline{\mathbf{X}}}) \stackrel{!}{=} 0 \quad (2.3.14)$$

Ist die Schlussprobe inkorrekt, kann das sowohl an Fehlern in der Verwendung des Formelapparats als auch an schlechten Näherungswerten für die Unbekannte liegen.

### 2.4.3.7 Empirische Standardabweichung der Gewichtseinheit

Ausgehend davon, dass die Probe befriedigend verlaufen ist, kann nun die empirische Standardabweichung der Gewichtseinheit  $s_0$  berechnet werden als:

$$s_0 = \sqrt{\frac{-\underline{\mathbf{k}}^T \cdot (\underline{\mathbf{w}} + \underline{\mathbf{A}} \hat{\underline{\mathbf{x}}})}{r - u}} \quad (2.3.15)$$

Dabei ist  $r$  die Anzahl der Bedingungsgleichungen und  $u$  die Anzahl der Unbekannten.

### 2.4.3.8 Empirische Kovarianzmatrizen

Mit der empirischen Standardabweichung der Gewichtseinheit können wiederum die Kovarianzmatrizen der ausgeglichenen Größen berechnet werden, und zwar wie folgt:

$$\underline{\Sigma}_{\hat{X}\hat{X}} = s_0^2 \cdot \underline{\mathbf{Q}}_{\hat{X}\hat{X}} \quad (2.3.16)$$

$$\underline{\mathbf{Q}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}} = \underline{\mathbf{Q}}_{\mathbf{L}\mathbf{L}} \underline{\mathbf{B}}^T \underline{\mathbf{Q}}_{\mathbf{1}\mathbf{1}} \underline{\mathbf{B}} \underline{\mathbf{Q}}_{\mathbf{L}\mathbf{L}} \quad (2.3.17)$$

$$\underline{\Sigma}_{\hat{\mathbf{L}}\hat{\mathbf{L}}} = s_0^2 \cdot \underline{\mathbf{Q}}_{\hat{\mathbf{L}}\hat{\mathbf{L}}} = s_0^2 (\underline{\mathbf{Q}}_{\mathbf{L}\mathbf{L}} - \underline{\mathbf{Q}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}) \quad (2.3.18)$$

$$\underline{\Sigma}_{\mathbf{v}\mathbf{v}} = s_0^2 \underline{\mathbf{Q}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}} \quad (2.3.19)$$

### 2.4.4 Data Snooping nach Baarda

Beim Data Snooping nach Baarda wird für jeden zu untersuchenden Wert das Verhältnis zwischen den in einer Ausgleichung angebrachten Verbesserungen und den Standardabweichungen der zugehörigen Beobachtungen untersucht. Dazu wird eine normierte Verbesserung  $w$  nach folgender Formel errechnet:

$$w_i = \frac{v_i \cdot \sqrt{p_i}}{\sqrt{r_i} \cdot \sigma} \quad (2.4.1)$$

Dabei ist:

- $v_i$  der Betrag der Verbesserung der Beobachtung  $i$
- $\sigma$  die theoretische Standardabweichung der Gewichtseinheit
- $p_i$  das Gewicht der Beobachtung  $i$
- $r_i$  der Redundanzanteil der Beobachtung  $i$ .

Normierte Verbesserungen, welche über einem gewählten Schwellwert liegen, führen zu der Annahme, dass die entsprechende Beobachtung mit groben Fehlern behaftet ist, und aus der Ausgleichung herauszunehmen ist.

Verbesserung, Standardabweichung und Gewicht werden der Ausgleichung entommen, wobei das Gewicht das Element der Hauptdiagonalen der Gewichtsmatrix an der Stelle  $i$  ist. Der Redundanzanteil wird nach folgender Formel berechnet:

$$r_i = \left( \underline{\mathbf{Q}}_{\mathbf{L}\mathbf{L}} \underline{\mathbf{P}} \right)_{ii} \quad (2.4.2)$$

Oder in Worte gefasst ist der Redundanzanteil das  $i$ -te Element der Hauptdiagonalen der Matrix, die sich aus der Multiplikation von Kofaktor- und Gewichtsmatrix der Beobachtungen ergibt. Das bringt in der hier vorliegenden Anwendung folgende

Vorteile mit sich: Da die Beobachtungen a priori mangels besseren Wissens als unkorreliert angenommen werden, ergibt sich für die Matrix  $\underline{\mathbf{Q}}_{LL}$  eine Diagonalmatrix. Dies bedeutet nach dem Matrizenmultiplikationsverfahren, dass die Formel 2.4.2 auch als

$$r_i = \left( \underline{\mathbf{Q}}_{LL} \underline{\mathbf{P}} \right)_{ii} = q_{ii} \cdot p_i \quad (2.4.3)$$

geschrieben werden kann. Dabei ist  $q_{ii}$  das  $i$ -te Element der Hauptdiagonalen der Matrix  $\underline{\mathbf{Q}}_{LL}$ . Somit kann man die Formel 2.4.1 für die normierte Verbesserung umformen zu:

$$w_i = \frac{v_i \cdot \sqrt{p_i}}{\sqrt{r_i} \cdot \sigma} = \frac{v_i \cdot \sqrt{p_i}}{\sqrt{q_{ii} \cdot p_i} \cdot \sigma} = \frac{v_i \cdot \sqrt{p_i}}{\sqrt{q_{ii}} \cdot \sqrt{p_i} \cdot \sigma} = \frac{v_i}{\sqrt{q_{ii}} \cdot \sigma} \quad (2.4.4)$$

Bedenkt man, dass es sich bei der Standardabweichung der Gewichtseinheit  $\sigma$  um die a-priori Standardabweichung handelt, so gilt auch:

$$q_{ii} \cdot \sigma^2 = \sigma_i^2 \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{q_{ii}} \cdot \sigma = \sigma_i \quad ,$$

wobei  $\sigma_i$  die Standardabweichung der Beobachtung ist.

Letztendlich ergibt sich für die normierte Verbesserung folgende Formel:

$$w_i = \frac{v_i}{\sigma_i} \quad (2.4.5)$$

Für die normierte Verbesserung können sich nun positive Zahlen zwischen 0 und  $\infty$  ergeben, die über einen Schwellwert so zu unterscheiden sind, dass eine Aussage über die Zuverlässigkeit der Beobachtung getroffen werden kann. Dazu muss betrachtet werden, was die normierte Verbesserung an sich darstellt: Es handelt sich im Idealfall (Normalverteilung der Beobachtungen) um den Wert, mit dem die Standardabweichung zu multiplizieren ist, um die maximal zulässige Verbesserung zu erhalten. Das bedeutet, dass nach den üblichen Annahmen bei einem Wert von 1 mit einer Wahrscheinlichkeit von 68,3% der wahre Wert in den Konfidenzbereich der Beobachtungen fällt, bei einem Wert von 3 mit einer Wahrscheinlichkeit von 99,7%. Dabei ist ein Wert von 3 ein in der Landesvermessung häufig verwendeter Wert. Es hat sich in der Photogrammetrie jedoch auch gezeigt, dass ein Wert bis zu 5 durchaus als Schwellwert zu benutzen ist, nämlich dann, wenn keine Normalverteilung der Beobachtungen angenommen werden kann. Letztendlich ist es eine Frage des empirischen Ermitteln, welcher Wert für welche Aufgabenstellung am besten geeignet ist.

Somit sind am Ende dieses Kapitels alle notwendigen Grundlagen gegeben, um sich mit dem Einsatz einer Ausgleichung in der Berechnung einer mittleren Wasserschallgeschwindigkeit zur Bereinigung von Refraktionseinflüssen zu beschäftigen. Einzig das

Verfahren der Kreuzfächerkalibrierung wurde noch nicht tiefgreifend behandelt. Dies wird im nachfolgenden Kapitel getan, sowohl in Form einer Behandlung der Theorie des Verfahrens, als auch in der Beschreibung möglicher Fehlerinflüsse auf die Kreuzfächerkalibrierung und der entsprechenden Abhilfe.

# Kapitel 3

## Kreuzfächerkalibrierung

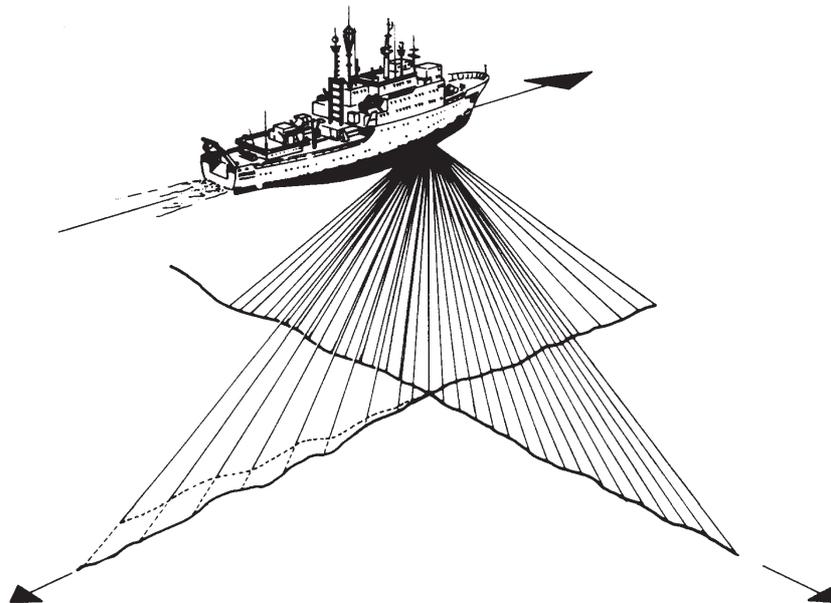
Die Kreuzfächerkalibrierung ist das Kernthema dieser Diplomarbeit. Das ihr zugrunde liegende Messverfahren, die Annahmen, die dabei gemacht werden, mögliche einfließende Fehler und Ihre Korrektur sollen in diesem Kapitel erklärt werden. Dabei wird zunächst die Kreuzfächerkalibrierung allgemein erläutert, dann auf die Fehlereinflüsse eingegangen, und zum Abschluss das Berechnungsverfahren nach Atlas Hydrographics, wie es im Fächerecholot HYDROSWEEP DS-2 eingesetzt wird, beschrieben. Besondere Annahmen, welche für die in dieser Diplomarbeit entwickelten bzw. verwendeten Ansätze gemacht wurden, werden in den nachfolgenden beiden Kapiteln beschrieben.

### 3.1 Theorie

Die Kreuzfächerkalibrierung beruht auf der Tatsache, dass die Messfächer sowohl in Schiffsrichtung als auch quer dazu ausgerichtet werden können (siehe Kapitel 2). Dadurch wird es ermöglicht, nicht nur in der normalen Messanordnung Messprofile quer zur Schiffslängsachse zu messen, sondern auch sogenannte Kalibrierprofile längs der Schiffslängsachse zu messen. Unter der Annahme, dass die Centerbeams der vorausgegangenen Messungen von Refraktion unbeeinflusst sind, da sie senkrecht nach unten messen und somit senkrecht zu allen Wasserschichten stehen, können diese zurückliegenden Centerbeamlotungen als Referenzprofil (auch Eichprofil genannt) verwendet werden. Bei gerader Fahrt wird dann ein Kalibrierprofil mit diesem Referenzprofil überlagert, so dass bei den außen (bzw. hinten und vorne, relativ zur Fahrtrichtung gesehen) liegenden Beams, bei denen der Einfluss der Refraktion am größten ist, die stärksten Abweichungen auftreten. Betrachtet man diese Abweichungen erhält man die nötigen Informationen, um die mittlere Wasserschallgeschwindigkeit zu ermitteln.

Durch regelmäßiges Verschwenken des Messfächers, d.h. regelmäßige Durchführung der Kalibriermessung, kann die mittlere Wasserschallgeschwindigkeit schneller und häufiger bestimmt werden, als es ökonomisch sinnvoll mittels CTD-Messungen möglich wäre.

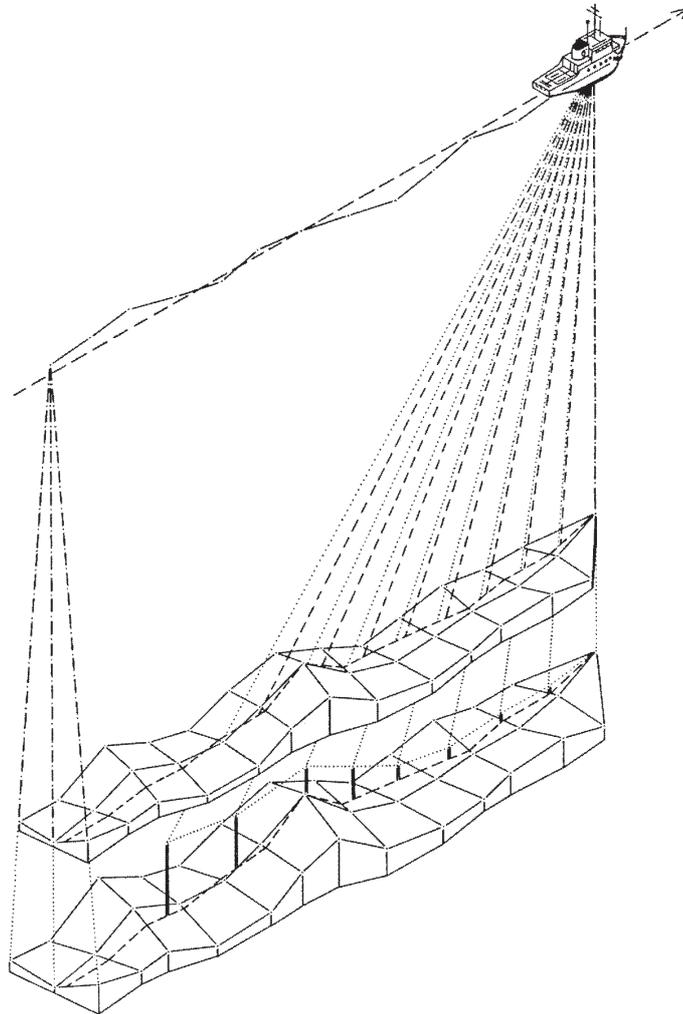
Zur Berechnung des Referenzprofils gibt es verschiedene Möglichkeiten. Zum einen kann von einem Profil aus ausschliesslich Centerbeams ausgegangen werden, dieses wird z.B. in dem Ansatz, der in Kapitel 5 beschrieben wird, getan. Abb. 3.1 stellt ein solches Verfahren dar, in der das Centerbeamprofil aus den vorangegangenen Messfächern (Referenzprofil) als durchgezogene Linie achteraus des Schiffes dargestellt ist, das zu überlagernde Kalibrierprofil als gestrichelte Linie achteraus. Deutlich erkennbar sind die Differenzen, die entlang der Schrägstrecken des Kalibrierprofils als Abstand zwischen Referenzprofil und Kalibrierprofil auftreten. Diese gilt es durch ein angepasstes  $c_{mean}$  zu minimieren.



**Abb. 3.1:** Mess-, Kalibrier- und Referenzprofil des Fächerecholots HYDROSWEEP DS-2 aus (Atlas Hydrographics, 1988)

Zum anderen können aber auch mehrere centerbeamnahe Beams aus den Messprofilen extrahiert werden, aus denen sich ein digitales Geländemodell (DGM) berechnen lässt. Über das so gewonnene DGM wird das Kalibrierprofil gelegt, und jenes Profil durch das DGM, welches sich durch die Projektion des Kalibrierprofils auf die DGM-Oberfläche ergibt, wird dann als Referenzprofil herangezogen. Dies ist schematisch in Abb 3.1 dargestellt, und zwar vor einer korrekten Bestimmung für  $c_{mean}$  (unteres Profil und DGM) und danach (oberes Profil und DGM). In dem Verfahren nach

Atlas Hydrographics, siehe Kapitel 3.3 beschrieben, und in dem Ansatz nach Gebbert, wie in Kapitel 4 beschrieben, wird solch eine Profilermittlung verwendet.



**Abb. 3.2:** DGM, Kalibrier- und Referenzprofil des Fächerecholots HYDROSWEEP DS-2 aus (Barmeyer, 1991)

## 3.2 Fehlereinflüsse

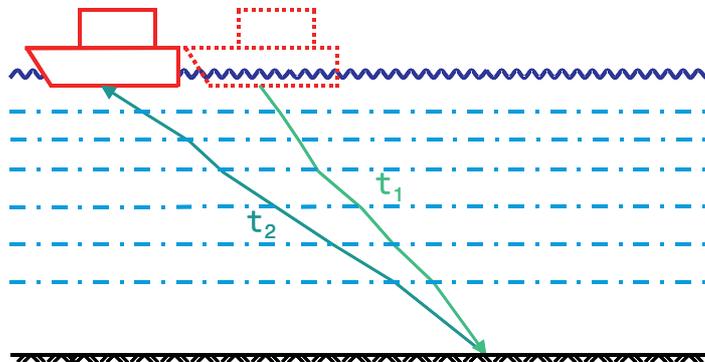
Verschiedene Fehlereinflüsse können auf die Messungen einwirken, und müssen vor Weiterbearbeitung bzw. Weiterverwendung der Messungen falls möglich berücksichtigt werden. Diese Fehler sollen hier beschrieben werden, dabei wird zunächst auf Fehler, die durch Translationen des Schiffes entstehen, anschließend auf Fehler, die durch Rotationen des Schiffes entstehen und abschließend auf messtechnische Fehler eingegangen.

### 3.2.1 Hub & Squat

Unter „Squat“ versteht man die dynamische Änderung des aktuellen Tiefgangs des Schiffes. Diese ist abhängig von verschiedenen Einflüssen, allen voran Schiffsform, Meeresbodentopographie und Fahrtgeschwindigkeit. Dazu kommt der Hub eines Schiffes, der abhängig von der Beladung des Schiffes und dem Seegang das Schiff aus seinem normalen Tiefgang heraus bewegt. (In der Literatur, die zunehmend englischsprachig ist, spricht man statt von „Hub“ von „Heave“.)

Zusammen ergeben Hub und Squat einen Versatz der Wandlertiefe. Der Betrag dieses Versatzes liegt bei dem hier genutzten Schiff PFS „Polarstern“ unter vernünftigen Messbedingungen (vor allem ruhiger Seegang), im Bereich von unter einem Meter, und ist bei einer Messgenauigkeit von 0.5-1% der Wassertiefe (wie es für das HYDROSWEEP DS-2 aus (Jacops, 2002) und Herstellerangaben hervorgeht), und dem Fakt, dass das HYDROSWEEP DS-2 auf PFS „Polarstern“ fast ausschließlich als Tiefsee-Echolot eingesetzt wird, vernachlässigbar.

### 3.2.2 Vorwärtsbewegung des Schiffes

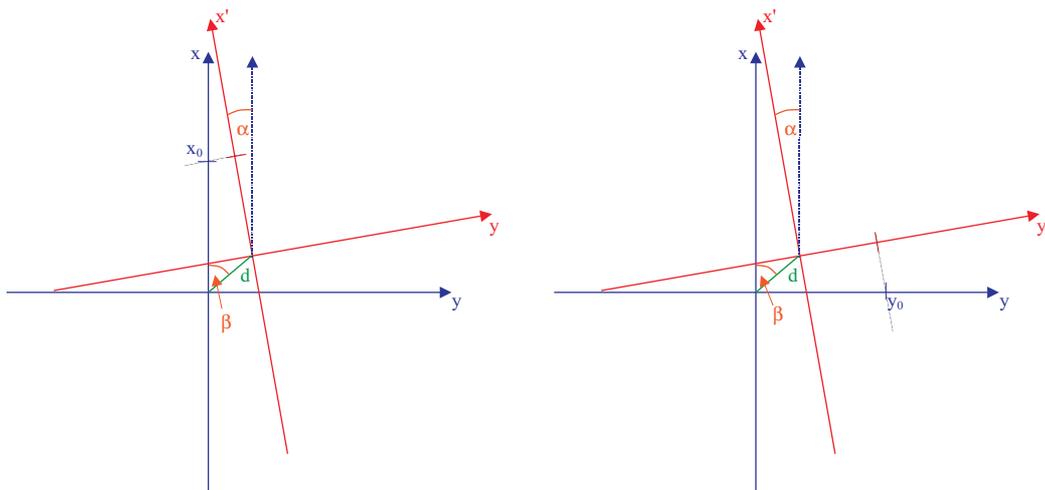


**Abb. 3.3:** Laufzeitfehler durch horizontalen Versatz

Ähnlich wie der voranstehend beschriebene Fehler von Hub und Squat, verhält sich ein zweiter Fehler, der durch die Vorwärtsbewegung des Schiffes und der Nichtübereinstimmung von Sende- und Empfangszentrum, entsteht. Dadurch ergibt sich ein horizontaler Versatz zwischen Sende- und Empfangsort, der zunächst dazu führt, dass die Strecken vom Sendort zum Bodenecho und zurück und, daraus folgend, die Laufzeiten für beide Wege nicht übereinstimmen. Dies ist in Abb. 3.3 dargestellt.

Es ist nicht bekannt, dass dieser Laufzeitfehler bisher in den entsprechenden Berechnungs- und Auswerteprogrammen berücksichtigt wird.

Zum anderen führt die Bewegung des Schiffes auch zu einem Fehler in der Lage des Reflektionspunktes. Der Reflektionspunkt kennzeichnet sich dadurch, dass sich in ihm Sendefächer und Empfangsfächer kreuzen. Die Auswirkungen der Schiffsbewegung auf ein Kalibrierereignis bzw- auf ein Messereignis werden in Abb. 3.4 dargestellt. In dieser Abbildung stellt das blaue Koordinatensystem die Situation zum Sendezeitpunkt, das rote Koordinatensystem die Situation zum Empfangszeitpunkt dar. Da sich die Auswirkungen auf die Lage des Punktes zwischen Kalibrier- und Messereignis unterscheiden, sind die beiden Fälle getrennt aufgeführt.



**Abb. 3.4:** Lagefehler durch horizontalen Versatz (links: Messung rechts: Kalibrierung)

Dabei sind die beschriebene Größen:

- $\alpha$  die Differenz zwischen der Schiffsorientierung (Kreisel/*gyro*) während der Sende- (TR) und der Empfangsepoche (RC)  $\alpha = gyro_{TR} - gyro_{RC}$
- $\beta$  die Differenz zwischen dem Kurs über Grund (*cog*) und der Orientierung (Kreisel) des Schiffes bei der Sendeepoche (TR)  $\beta = cog_{TR} - gyro_{TR}$
- $d$  die zwischen Sende und Empfangsepoche zurückgelegte Distanz
- $x_0$  bzw.  $y_0$  die tatsächlichen Ablagen zum Sendezeitpunkt.

Es ist an dieser Stelle wichtig, darauf hinzuweisen, dass mit den hier verwendeten Scherwinkeln  $\beta$  und Azimutänderungen  $\alpha$  nur die Werte innerhalb einer Kalibriermessung selbst korrigiert werden. Es wird durch diese Korrektur keine Berichtigung der Fehler, die in Abschnitt 3.2.4 beschrieben werden, durchgeführt.

Die Berechnung der korrigierten Lage wird relativ zur Position der Sendeepoche durchgeführt. Die Formeln können aus Abbildungen 3.5 und 3.6 entnommen werden.

Für die beiden Gleichungen 3.1 und 3.2 gilt:



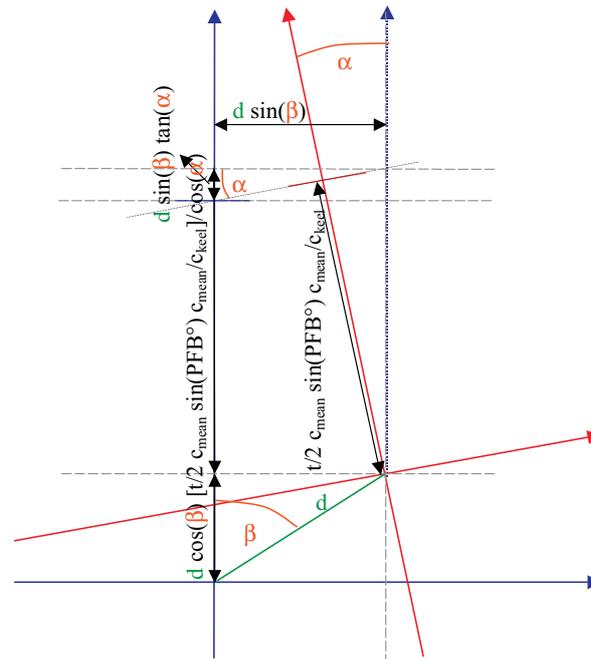


Abb. 3.6: Ablagebestimmung bei einem Kalibrierereignis

Bei diesen Berechnungen wurde davon ausgegangen, dass der Sende- bzw. Empfangsfächer sich entlang einer Geraden bildet, die in rechtem Winkel zur Wandlerachse steht. Diese Annahme ist physikalisch in den meisten Fällen nicht korrekt. Ein richtungsgesteuerter Fächer bildet einen Kegel, wohingegen ein völlig richtungsgesteuerter Fächer, also ein Fächer bei dem alle Elemente zur gleichen Zeit anfangen und enden zu schwingen, eine solche Gerade bildet. Es gibt geschlossene Lösungen für die Korrektur des Schnittes zweier Kegel, allerdings wird dabei wiederum der oben beschriebene Unterschied zwischen Sende- und Empfangszentrum (Ursprungspunkt der Kegelspitzen) nicht berücksichtigt. Eine gemeinsame Lösung für beide Probleme (Versatz des Schiffes und Kegelschnitt) ist nicht bekannt.

### 3.2.3 Stampfen und Rollen

Unter „Stampfen“ und „Rollen“ versteht man Rotationen des Schiffes um die Schiffsquer- bzw. Schiffslängsachse (im Englischen „Pitch“ und „Roll“). Diese Rotationen, können potentiell die Orientierung der Sende- und Empfangsfächer ändern, so dass z.B. der Centerbeam nicht mehr der Nadirbeam wäre. Jedoch wird beim HYDROSWEEP DS-2 diesem Effekt elektronisch entgegengewirkt, indem die Sende- richtung dem Stampfwinkel und die Empfangsrichtung dem Rollwinkel entgegengesteuert wird. Man spricht von einer vollständigen Stampf- und Rollstabilisierung.

### 3.2.4 Scherwinkel und Azimutänderungen

Azimutänderungen (im Englischen manchmal auch „yaw“ genannt, was aber eher dem deutschen Ausdruck „gieren“ entspricht) entstehen durch Änderungen der Fahrtrichtung. Scherwinkel (engl. „Crab-Angle“) entstehen durch Strömungen und drücken den Unterschied zwischen dem wahren Kurs des Schiffes und der Schiffsorientierung in der Horizontalebene aus. Auch ihnen kann man elektronisch entgegensteuern, jedoch nicht bei der verwendeten Anlage HYDROSWEEP DS-2, so dass man den Effekten hier ausgeliefert ist. Diese Effekte bestehen darin, dass das Referenzprofil aus Centerbeams nicht länger mit dem Kalibrierprofil übereinanderfällt. Somit könnte die Annahme aus Kapitel 5, der zufolge das Kalibrierprofil die selben Tiefen wie das Referenzprofil aufweisen muss, fehlerhaft sein. Liegt der Meeresboden in einer horizontalen Ebene, ist das vernachlässigbar, nicht aber, falls der Meeresboden eine geneigte Ebene oder bewegtes Gelände darstellt. Entgegenwirken kann man diesem Fehler durch Verwendung eines DGM, wie in den Ansätzen nach GEBBERT und bei Atlas Hydrographics, bei dem bis zu bestimmten Scherwinkeln bzw. Azimutänderungen das Kalibrierprofil immer noch im Bereich des DGM liegt, und das entsprechende Referenzprofil, dann aus dem DGM bestimmt wird.

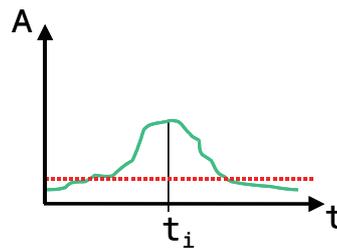
### 3.2.5 Zeit- und Winkelmessung

Die Winkelmessung ist laut Atlas Hydrographics als fest zu betrachten, d.h. es ist eigentlich keine Messung, sondern eine Festgröße. Somit kann über Fehlereinflüsse keine Angabe gemacht werden. Es ist jedoch ungeklärt, ob die Frequenz ausreichend stabil gehalten, der Abstand der einzelnen akustischen Elementen ausreichend exakt gefertigt, und der Einfluss der Steuerung der Sende- und Empfangsfächer berücksichtigt ist.

Bei der Zeitbestimmung ist eine Genauigkeitsangabe durchführbar. Diese ist von großer Bedeutung, da die Laufzeiten in allen Ansätzen als Beobachtungen dienen, während die Winkel als Festwert angenommen werden.

Um die Bestimmung von Genauigkeiten zu verstehen, ist es wichtig, das Verfahren der Laufzeitmessung näher zu betrachten. Beim Fächerecholot HYDROSWEEP DS-2 wird zur Zeit ausschließlich das sogenannte Amplitudenverfahren gewählt, wie es in Abb. 3.7 schematisch dargestellt ist.

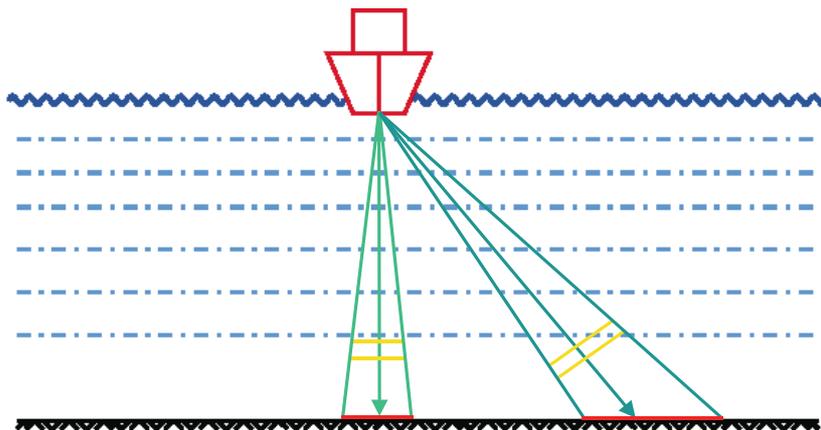
Hierbei wird das aus einer Richtung zurückkommende Signal (in grün) über einen bestimmten Zeitraum aufgezeichnet. Überschreitet die Signalstärke (Amplitude) einen



**Abb. 3.7:** Allgemeiner Fall der Laufzeitmessung nach Amplitudenverfahren

Schwellwert (in rot), so wird die Fläche ermittelt, die sich zwischen Schwellwert und Signal befindet. Der Schwerpunkt der Fläche bestimmt die Laufzeit des Signals.

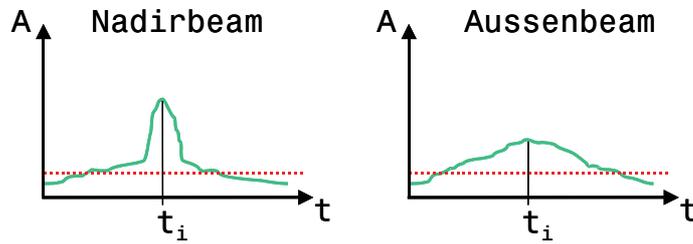
Jedoch gestaltet sich diese Laufzeitbestimmung nicht für alle PFBs gleich einfach, da die Geometrien der PFBs unterschiedlich sind und die Beschallungsdauer des Bodens nach außen hin zunimmt, womit die Signaldauer beim Empfang und damit die zeitliche Dimension der Fläche unter der Amplitude in Abb. 3.7 ebenfalls ansteigt. Dies ist in der nachfolgenden Abb. 3.8 zu erkennen:



**Abb. 3.8:** Unterschiede in der Bodenbeschallung

Der Nadirbeam wird ein Signal zurückwerfen, das sehr stark ist, da es reflektiert wird, und eine Dauer besitzt, die in etwa der Pulslänge entspricht. Diese Pulslänge beträgt je nach Messmodus zwischen 1 und 24 ms. Sie ist in Abb. 3.8 durch den Abstand zwischen den jeweiligen gelben Streifen angedeutet. Die äußeren Beams hingegen haben ein deutlich schwächeres Signal, das zudem noch länger anhält. Die Signaldauer lässt sich als die Zeit beschreiben, die der Puls braucht, um den Footprint des Beams, dies ist die Fläche am Meeresboden, welche im Öffnungsbereich des Beams liegt (in Abb. 3.8 in rot dargestellt), entlangzulaufen. Letztendlich ergibt sich die Pulslänge zu der Zeitspanne, während der im Bereich des Footprints das Signal reflektiert bzw. zurückgestreut wird.

Bei den zurückkommenden Signalen führt das zu dem in Abb. 3.9 dargestellten Verlauf:



**Abb. 3.9:** Spezielle Fälle der Laufzeitmessung nach Amplitudenverfahren

Die Genauigkeit der Laufzeitmessung wurde in Gesprächen mit Mitarbeitern der Firma Atlas Hydrographics als die Dauer des zurückkehrenden Pulses beschrieben. Es ist somit klar, dass auch die in den Ausgleichsansätzen getroffene Annahme, die Laufzeiten entlang aller Beams seien gleich genau gemessen worden, nur eine Vereinfachung ist. Für die Ausgleichung, in der ja eine Gewichtung der Beobachtungen nach den Standardabweichungen der Beobachtungen vorgenommen wird, würde das bedeuten, dass die äußeren Beams, die besonders von Refraktion beeinflusst sind, und damit am meisten Information zur Ermittlung der mittleren Wasserschallgeschwindigkeit beitragen können, weniger Gewicht erhielten.

### 3.2.6 Tunnel- und Omegaeffekt

Bei diesen beiden Fehlern handelt es sich um die gegenseitige Beeinflussung von Reflektionen respektive Streuungen. Die physikalische Erschaffung von sehr eng gerichteten Schallfächern erzeugt gleichzeitig Nebenfächer mit Nebenmaxima, wenngleich diese zwar deutlich schwächer als die der Hauptrichtung sind. Dies gilt sowohl für Sendefächer, in denen in verschiedene Richtungen unterschiedlich stark gesendet wird, als auch für Empfangsfächer, bei denen Signale aus verschiedenen Richtungen verschieden stark empfangen werden.

Treten starke Signale aus einer Nebenrichtung auf, dann können sie die Messung aus der Hauptrichtung beeinflussen, indem sie vor oder nach dem eigentlichen Signal eintreffen und dementsprechend die Laufzeitmessungen verfälschen. Ein Unterschied in der Signalstärke ergibt sich im wesentlichen aus dem Einfallswinkel des Signals auf den Boden. Ein Signal, welches rechtwinklig zum Boden eintrifft, wird reflektiert, während ein schräg einfallendes Signal gestreut wird. Ein reflektiertes Signal ist in der Regel stärker als ein gestreutes Signal, von dem nur ein Bruchteil der gesendeten Energie in die Senderichtung zurückstreut.

### 3.2.6.1 Tunneleffekt

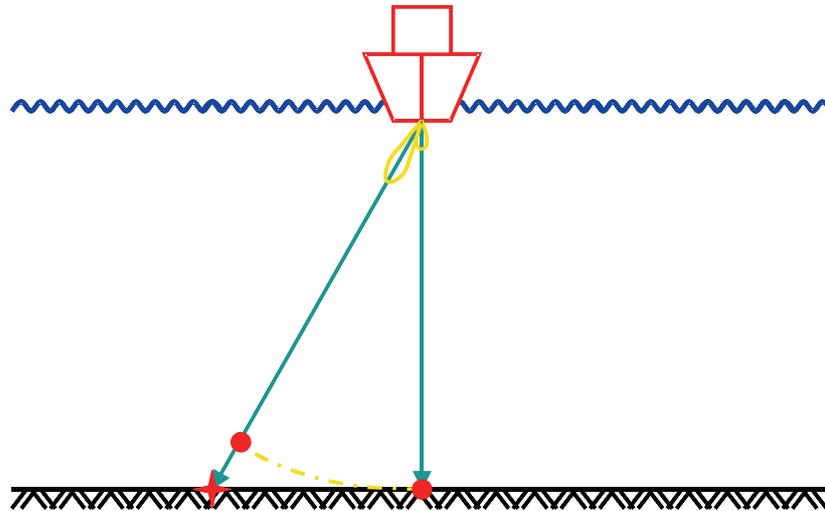


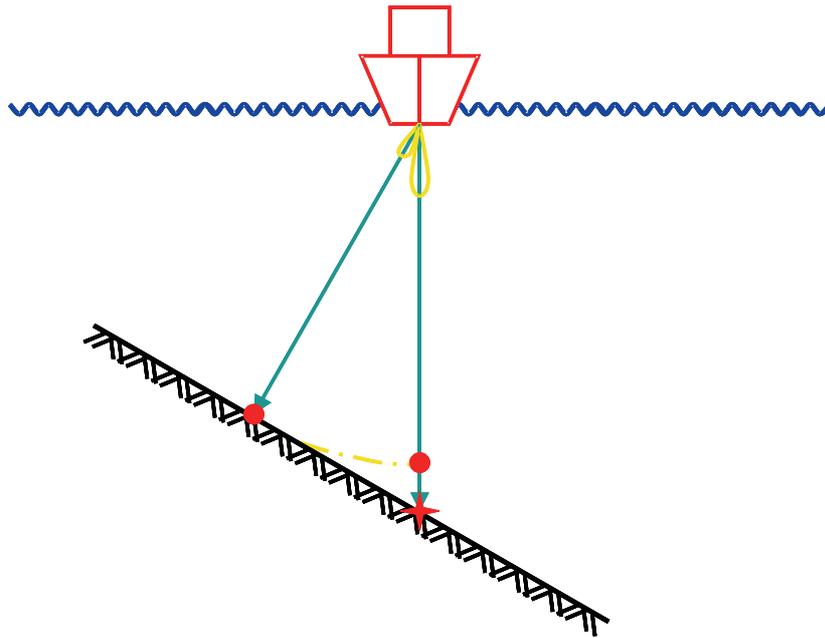
Abb. 3.10: Geometrie des Tunneleffekts

Beim Tunneleffekt, wie er in Abb. 3.10 beschrieben ist, kommt das starke Signal (mit einem Kreis gekennzeichnet) aus der Nadirrichtung. Ein Beam, der schräg ausgerichtet ist, aber in der Nadirrichtung ein Empfangsnebenmaximum besitzt, wird dann zu einem zu frühen Zeitpunkt einen starken Anstieg der Amplitude auf der Messfrequenz verzeichnen, und mit diesem zu niedrigen Wert der Laufzeit den Bodenpunkt berechnen, da das nachfolgende gewünschte Signal (mit einem Stern gekennzeichnet) relativ zu dem falschen Signal zu schwach ist. Das hat zur Folge, dass der Nadirbeam entlang des Schiffskurses in einer scheinbaren Vertiefung liegt.

### 3.2.6.2 Omegaeffekt

Der Omegaeffekt ist in Abb. 3.11 schematisch dargestellt. Bei ihm kommt das starke Signal aus einer schrägen Richtung (mit dem Kreis gekennzeichnet), wie es der Fall bei geneigtem Meeresboden ist. Hat nun z.B. der Empfangsfächer des Nadirbeams ein Nebenmaximum (als kleine Keule in richtung des Kreises gekennzeichnet) in dieser Richtung, so wird er wiederum zu früh ein Signal erhalten, welches für den Messalgorithmus wahrscheinlicher das Messsignal ist, als das gewünschte Signal. Es entsteht bei dauerhaft auftretendem Omegaeffekt entlang des Schiffskurses eine Wulst im Geländemodell ähnlich dem griechischen Großbuchstaben Omega.

Abhilfe gegen diese Effekte von Seiten des Auswertens der Messung ist nicht oder nur schwer möglich. Eigentlich müssten solche Beams verworfen werden. Die einzige Möglichkeit bietet im Rahmen der Signalverarbeitung das sogenannte Shading. Dabei



**Abb. 3.11:** Geometrie des Omegaeffekts

werden den einzelnen Elementen der Sende- und Empfangswandler Gewichte zugerechnet, es wird also mit jedem Element unterschiedlich stark gesendet bzw. empfangen. Diese Gewichtungen sorgen dafür, dass die Nebenmaxima gegenüber dem Hauptmaximum möglichst schwach ausfallen. Sie haben allerdings den Nachteil, dass das Hauptmaximum abgeschwächt werden kann oder die Beams größere Öffnungswinkel erhalten. Das setzt im Gegenzug die erreichbaren Tiefen bzw. die Auflösung der Messung nachteilig herab.

### 3.2.7 Messfehler durch Eis

Ein besonderes Problem, das sich durch die Haupteinsatzgebiete von PFS „Polarstern“ in der Arktis und Antarktis ergibt, stellt das Eis dar. Liegt Eisfahrt vor, muss PFS „Polarstern“ also Eis brechen, so kommt es generell zu einem höheren Rauschen in den Daten. Zusätzlich können aber auch Eisschollen unter den Kiel des Schiffes, und somit den Bereich der Sende- und Empfangsfächer der HYDROSWEEP Anlage gelangen. Diese beeinflussen das Messsignal derart, dass grobe Fehler in die Messungen eingeführt werden, sprich Laufzeiten deutlich zu kurz oder zu lang bestimmt werden. Einige dieser Messungen werden bereits systemseitig verworfen, allerdings nicht alle, so dass diese später von der weiterverarbeitenden Software bzw. dem Operateur der Software aussortiert werden müssen.

### 3.3 Kreuzfächerkalibrierung nach Atlas Hydrographics

Atlas Hydrographics beschreibt an zwei verschiedenen Stellen die Vorgehensweise, um eine Refraktionskorrektur durchzuführen, geringfügig unterschiedlich. In ihrer Patentschrift ist beschrieben, dass sogenannte Velozigramme errechnet werden, was nichts anderes als Schallgeschwindigkeitsprofile sind. Mit diesen Velozigrammen werden die Schallstrahlverläufe des Kalibrierprofils (also des in Fahrtrichtung geschwenkten Empfangsfächers) berechnet und die entsprechenden Reflektionspunkte mit den Reflektionspunkten des Referenzprofils verglichen. Stimmen diese beiden Profile überein, ist davon auszugehen, dass das vorliegende Velozigramm der tatsächlichen Umwelt entspricht. Stimmen sie nicht überein, muss das Velozigramm korrigiert werden. Dabei treten aber folgende Fragestellungen auf:

- Wie wird das Schallgeschwindigkeitsprofil geändert?
  - Werden neue Wasserschichten eingeführt?
    - \* Mit welcher Begründung werden ggf. an einer Stelle und nicht an einer anderen Stelle Schichten eingeführt?
  - Werden bestehende Schichten geändert?
    - \* Welche Schichten werden geändert?
      - Alle Schichten gemeinsam oder bestimmte Schichten zuerst?
      - Welche Schichten werden aus welchem Grund zuerst geändert?
    - \* Welche Schichteigenschaften werden geändert?
      - Schichtmächtigkeit?
      - Schichtwasserschallgeschwindigkeit?
- Was ist mit der Beachtung von Mehrdeutigkeiten?
  - Verschiedene Schallgeschwindigkeitsprofile können das gleiche Ergebnis liefern, bis  $c_{keel}$  sich ändert.

Dies sind so viele Fragen und Entscheidungen, dass ein derartiger Entscheidungsprozess schwerlich unüberwacht realisiert werden kann. Eine Überwachung ist bei einem hydrographischen Messsystem für solch einen Prozess indes wenig sinnvoll.

Einzigste Abhilfe bietet die bei (Kammerer, 2000) beschriebene Annäherung durch ein Modell aus zwei Wasserschichten, wobei man von einer Schicht der Mächtigkeit „0“ ausgeht, die die Schichtgeschwindigkeit  $c_{keel}$  hat, und einer zweiten Schicht unendlicher Mächtigkeit, die die Schichtgeschwindigkeit  $c_{mean}$  besitzt. Die Schallgeschwindigkeit der zweiten Schicht ist in diesem Modell die einzige variable Größe. Diese Annäherung wird allerdings von Atlas Hydrographics in den zur Verfügung stehenden Auszügen der Patentschrift nicht explizit beschrieben, dort werden stets mindestens zwei Schichten exklusive der  $c_{keel}$ -Schicht beschrieben.

In einem internen Atlas Hydrographics Papier, das dem AWI zur Verfügung gestellt wurde sowie Gesprächen mit Mitarbeitern von Atlas Hydrographics, ist die zweite Beschreibung einer Vorgehensweise entnommen, bei der genau dieses vorstehend beschriebene Zweischichtmodell verwendet wird. Bei dieser zweiten Vorgehensweise wird zunächst eine mittlere Wasserschallgeschwindigkeit  $c_{mean}$  angenommen. Für diese mittlere Schallgeschwindigkeit wird für jeden PFB die entsprechende Senderichtung, und mit dieser und der gemessenen Laufzeit ein Reflektionspunkt am Boden berechnet. Aus dem Profil der Centerbeamreflektionen (Referenzprofil) werden dann die zwei Reflektionen gesucht, zwischen denen die Reflektion des Testprofils liegt. Diese zwei Punkte des Referenzprofils werden dann durch eine Gerade verbunden und der Abstand des Kalibrierprofilpunktes zu dieser Geraden berechnet. Dieser Vorgang wird für alle PFBs, die zur  $c_{mean}$ -Bestimmung herangezogen werden, durchgeführt. Die Quadrate der entsprechenden Abstände werden aufsummiert. Anschließend wird der Wert für  $c_{mean}$  geändert, und die neue Summe der Abstandsquadrate mit der alten verglichen. Es wird betrachtet, wie die Abstandsquadrate bei der gewählten Änderung von  $c_{mean}$  variieren. Basierend auf dem Verhältnis der Variationen der Summe der Abstandsquadrate wird die nächste Änderung für  $c_{mean}$  berechnet. Das Verfahren wird so lange wiederholt, bis die Summe der Abstandsquadrate möglichst gering wird.

Dieses Verfahren zur Ermittlung von  $c_{mean}$  wird bei jeder Neubestimmung der mittleren Wasserschallgeschwindigkeit vier mal verwendet. Daraus ergeben sich vier Werte für  $c_{mean}$ , aus denen das Ergebnis ausgewählt wird, welches die geringste Summe der Abstandsquadrate aufweist. Fällt die Summe der Abstandsquadrate unter einen Schwellwert, wird dieses Ergebnis in einen Speicher geschrieben, in dem die letzten 10 Werte für  $c_{mean}$  gespeichert werden, und aus diesem Speicher wird dann der endgültige Wert gemittelt. Dabei kommt es nach Aussagen von Atlas Hydrographics zu keiner besonderen Gewichtung, womit ältere, entfernt liegende Werte gleichstark mit einbezogen werden. Bei Untersuchungen seitens Atlas Hydrographics hat es sich erwiesen, dass auf diese Weise ein beruhigter Verlauf für  $c_{mean}$  ermittelt wird, der ausreichend genau ist.

Eine Gefahr liegt hier in der Verschleppung alter Werte, wenn für längere Zeit die Kreuzfächerkalibrierung ausgeschaltet wurde und Werte aus einer früheren, anderen Messregion Einfluss nehmen, die noch im Speicher enthalten waren. Dieser Gefahr ist laut Atlas Hydrographics durch Herunter- und wieder Hochfahren des Systems oder durch zwischenzeitliche Einschaltung des Stand-by Modus' entgegenzuwirken, jedoch hat es auf PFS „Polarstern“ dennoch Probleme mit zu alten Daten im Buffer gegeben.

In diesen oben genannten Abstandsquadraten liegt der optimale Ansatz für einen Ausgleichsalgorithmus, denn in einem solchen wird die Minimierung der Verbesserungsquadrate gesucht, was im wesentlichen als der Minimierung der Abstandsquadrate entsprechend gesehen werden kann. Der Vorteil einer Ausgleichung besteht darin, dass sie weniger Iterationen benötigt als die oben genannte Methode und somit schneller abläuft. Zudem wird von einer Ausgleichung auch ein Genauigkeitsgewinn im Vergleich zum sogenannten „Forward Modelling“ (wie es von Atlas Hydrographics verwendet wird, wenn auch nicht explizit so genannt) erhofft. Mögliche Ansätze für einen Ausgleichsalgorithmus werden in den beiden folgenden Kapiteln erläutert.



# Kapitel 4

## Ausgleichungsansatz nach Gebbert

### 4.1 Einführung

In den bisherigen Kapiteln wurden die Grundlagen für Messtechnik, Refraktion, die notwendige Mathematik, sowie die Kreuzfächerkalibrierung in Theorie, mit möglichen Fehlern und im bisher eingesetzten Verfahren erläutert. In diesem Kapitel wird ein Ansatz für einen Ausgleichsalgorithmus erläutert, der am Alfred Wegener Institut von Dipl.-Ing. Thomas Gebbert (geb. Gärtner) im Rahmen der Abnahme des HYDROSWEEP-Systems für FS „Meteor“ entwickelt, und in der Diplomarbeit von Jörg Barrmeyer (Barrmeyer, 1991) beschrieben und verwendet, wenn auch nicht weiter getestet wurde. Dieser Ansatz arbeitet auf Grundlage eines Geländemodells, das aus Centerbeam-Laufzeiten und Laufzeiten centerbeamnaher Beams entwickelt wird.

Aufgrund des Alters der Arbeiten von Thomas Gebbert und Jörg Barrmeyer und nicht des Nicht-Vorhandenseins von Dokumentation musste dieser Ansatz komplett einem Programm-Quellcode entnommen, bzw. den bekannten Ideen folgend neu entwickelt und nachprogrammiert werden. Das ehemals vorhandene ausführbare Programm ist mit der Änderung der Rechensysteme am AWI (von VAX auf SUN und PC) verloren gegangen.

Innerhalb dieses Kapitels wird zunächst der eigentliche Ansatz erläutert und anschließend die Besonderheit des Ausgleichungsansatzes in Form des DGMs mit Berechnungsweg und möglichen Problemen dargestellt. Als Abschluss werden die für den Ausgleichsalgorithmus notwendigen Ableitungen gebildet.

## 4.2 Ausgleichungsansatz

In diesem Ansatz gilt für jeden Beam des Kalibrierprofils, dass die Tiefe aus dem Kalibrierprofil mit der Tiefe aus dem oben angedeuteten DGM an der Stelle des Beams übereinstimmen muss. Dies ist in der folgenden Formel in einem mathematischen Zusammenhang dargestellt:

$$0.5 \cdot t_{DGM} \cdot c_{mean} = 0.5 \cdot t_K \cdot c_{mean} \cdot \cos \left( \arcsin \left( \frac{c_{mean}}{c_{keel}} \cdot \sin \alpha_1 \right) \right). \quad (4.1)$$

Dabei sind:

- $t_{DGM}$  die Laufzeit zur Tiefe des digitalen Geländemodells an der Stelle eines jeden Kalibrierbeams
- $t_K$  die tatsächlich gemessene Laufzeit aus dem Kalibrierprofil, also eine schräge Lotung.
- $\alpha_1$  die technisch vorgesehene Aussenderichtung des jeweiligen Beams
- $c_{keel}$  die Wasserschallgeschwindigkeit am Wandler
- $c_{mean}$  die mittlere Wasserschallgeschwindigkeit

Als Bedingungsgleichung für den Allgemeinfall der Ausgleichsrechnung ergibt sich somit für jeden, zur Kalibrierung verwendeten, Beam:

$$0 = 0.5 \cdot t_{DGM} \cdot c_{mean} - 0.5 \cdot t_K \cdot c_{mean} \cdot \cos \left( \arcsin \left( \frac{c_{mean}}{c_{keel}} \cdot \sin \alpha_1 \right) \right). \quad (4.2)$$

$t_{DGM}$  stellt dabei die doppelte Laufzeit des Signals zur Tiefe des DGMS dar. Es wird hier bewusst nicht die Tiefe, sondern die Zweiwege-Laufzeit gewählt, da sie die eigentliche Beobachtungsgröße ist, während es sich bei der Tiefe lediglich um eine abgeleitete Größe handelt. Für das stochastische Modell in der Ausgleichsrechnung ist es praktischer, eine direkt gemessene Größe mit ihrer Standardabweichung zu verwenden als eine indirekt bestimmte Größe, deren Standardabweichung erst zu ermitteln wäre, und die in diesem Fall zudem noch von dem Ergebnis der Ausgleichung abhängig ist.

Für eine Ausgleichung muss diese Bedingungsgleichung nach der Unbekannten  $c_{mean}$  sowie den Beobachtungen  $t_{DGM}$ ,  $t_K$  und  $c_{keel}$  abgeleitet werden. Diese Ableitungen werden in Kapitel 4.4 beschrieben.

Als zweite Variante des Ansatzes wurde in der vorliegenden Arbeit folgende Formel in der Ausgleichung verwendet, der die Beziehungen der Tiefen zueinander deutlicher heraushebt:

$$0 = z_{DGM} - 0.5 \cdot t_K \cdot c_{mean} \cdot \cos \left( \arcsin \left( \frac{c_{mean}}{c_{keel}} \cdot \sin \alpha_1 \right) \right) \quad (4.3)$$

Dabei wird die Tiefe aus dem DGM als feste Größe eingeführt, und im Endeffekt nur der Einfluß des  $c_{mean}$  auf die Kalibrierprofilmessung beachtet. Dies ist unvollständig modelliert, was aber folgende Berechtigung hat: Der Einfluss von  $c_{mean}$  auf die Tiefe im DGM ist nicht so einfach darstellbar, wie in Formel 4.2 geschehen. Dies ist darin begründet, dass sich bei einer Änderung des Wertes für  $c_{mean}$  nicht nur die Tiefen im DGM, sondern auch die entsprechenden Ablagen ändern. Somit ist der tatsächliche Einfluss der mittleren Wasserschallgeschwindigkeit auch in der Formel 4.2 nicht berücksichtigt worden, allerdings wird davon ausgegangen, dass der größte Anteil des Einflusses dort berücksichtigt wurde. Den gesamten Einfluss zu modellieren ist zu komplex. Die Nichtbeachtung des Einflusses von  $c_{mean}$  auf die DGM-Tiefe lässt sich aber auch durch iterative Neuberechnung des DGM nach jeder Ausgleichung auffangen.

Die Bedingungsgleichung gemäß Formel 4.3 wurde auch verwendet, um für die HYDROSWEEP-Messung eine Standardabweichung zu bestimmen (siehe Kapitel 6.2.3). Dies hat den Grund, dass diese zweite Variante der Beschreibung des tatsächlichen HYDROSWEEP-Verfahrens näher kommt, als die eigentliche Ausgleichung nach Gebbert.

### 4.3 Besonderheit des Ansatzes: DGM

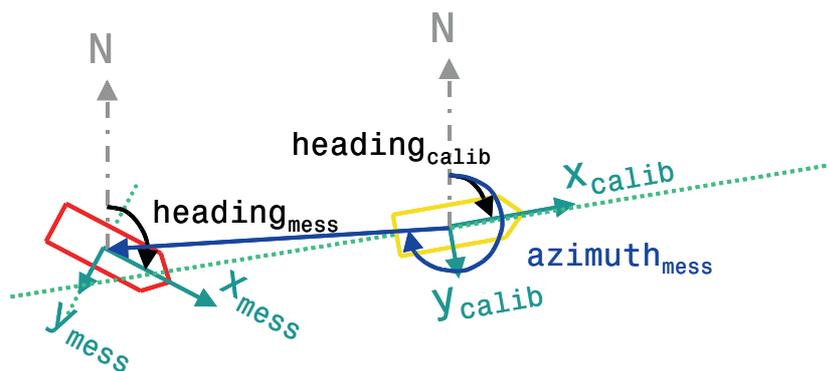
Auffallend bei diesem Ansatz ist die Verwendung eines digitalen Geländemodells. Um den Term  $t_{DGM}$  korrekt ermitteln zu können, werden nicht nur die Centerbeamwerte für das Referenzprofil verwendet, sondern auch die Profile umliegender Beams. Aus diesen wird für die Stelle des jeweiligen Beams eine mittlere vertikale Laufzeit berechnet, um so vor einzelnen falschen Tiefen gefeit zu sein. Das bedeutet gleichzeitig, dass die Schräglotungen, um welche es sich bei allen Beams außer dem Centerbeam handelt, entsprechend reduziert werden müssen. Dies geschieht, indem man die gemessene Laufzeit mit dem Kosinus des tatsächlichen Sendewinkels multipliziert. Es wird der Näherungswert der mittleren Schallgeschwindigkeit verwendet, der sich in der Ausgleichung aus dem von HYDROSWEEP ermittelten Wert ergibt. Die Fehler, die sich durch diese Näherung ergeben, sind gering (ein Zahlenbeispiel mit  $\alpha = 45^\circ$ ,  $c_{keel} = 1442 \frac{m}{s}$ ,  $c_{mean} = 1472 \frac{m}{s}$  und  $t_{TWT} = 5.3536s$  ergab bei einer Änderung von  $c_{mean}$  um  $10 \frac{m}{s}$  eine Laufzeitänderung von  $0.0272s$ , was  $0.5\%$  entspricht, so grob sollte die Näherung mittels des HYDROSWEEP Wertes aber nicht sein). Diese Genauigkeit ist ausreichend für die Messgenauigkeit des gesamten Systems, wie im Kapitel 6.4 gezeigt werden wird. Zudem

ergibt sich die Möglichkeit, nach der Ausgleichung eine Neuberechnung der reduzierten Laufzeiten mit anschließender erneuter Ausgleichung durchzuführen, um den Einfluss eines fehlerhaften  $c_{mean}$  weiter zu minimieren. Zusätzlich zum Schutz vor einzelnen fehlerhaften Tiefen im Bereich des Referenzprofils bietet dieser Berechnungsweg in begrenztem Maß Schutz davor, dass Kalibrierprofil und Referenzprofil in der Lage nicht exakt miteinander übereinstimmen, zum Beispiel aufgrund von Kursabweichungen oder Scherwinkeln.

Bei der Ermittlung der Tiefe an einem Kalibrierprofilpunkt werden alle Tiefen in einem bestimmten Umkreis gewichtet nach dem Inversen des Quadrats des Abstandes ( $\frac{1}{\text{Abstand}^2}$ ) einbezogen. Dazu werden nur solche Messprofile in das DGM aufgenommen, die an einer Stelle aufgenommen wurden, welche nicht mehr als das Doppelte der Wassertiefe von der Stelle des Kalibrierprofils entfernt liegt. Für alle weiter entfernt liegenden Profile ist es äußerst unwahrscheinlich, dass noch Tiefen aus dem Messprofil in den Kalibrierfächer reichen.

### 4.3.1 Berechnung

Bei der Berechnung eines lokalen DGMs aus den Beams der normalen Messereignisse für eine Kalibriermessung im Schiffskoordinatensystem zum Kalibrierzeitpunkt, wie in Abb. 4.1 dargestellt, wird in drei Schritten vorgegangen.



**Abb. 4.1:** Berechnung der Tiefen und Koordinaten in einem lokalen Schiffskoordinatensystem

Zuerst wird die Neuberechnung der Tiefen und Ablagen aller verwendeten PFBs einer Messung aus deren Laufzeiten  $t$  und theoretischen Aussendewinkeln  $\alpha_1$  im Schiffs-

koordinatensystem zum Zeitpunkt des Messereignisses durchgeführt.

$$\begin{aligned}
 t1_{mess} &= t \cdot \cos \left( \arcsin \left( \frac{c_{mean}}{c_{keel}} \cdot \alpha_1 \right) \right) \\
 y1_{mess} &= \frac{t}{2} \cdot c_{mean} \cdot \frac{c_{mean}}{c_{keel}} \cdot \alpha_1 \\
 x1_{mess} &= 0
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Im zweiten Schritt wird das Koordinatensystem der Messpunkte so rotiert, dass es parallel zum Koordinatensystem des Kalibrierfächers steht. Dazu wird die Differenz zwischen den beiden Schiffsausrichtungen ( $heading_{mess}$  und  $heading_{calib}$ ) berechnet, und das Koordinatensystem des Messereignisses um diesen Wert rotiert. Es ändert sich lediglich die Lage der Punkte, nicht aber die Tiefe, da Rollen und Stampfen bereits systemseitig berücksichtigt sind.

$$\begin{aligned}
 \varphi &= heading_{calib} - heading_{mess} \\
 y2_{mess} &= y1_{mess} \cos \varphi - x1_{mess} \sin \varphi \\
 x2_{mess} &= y1_{mess} \sin \varphi + x1_{mess} \cos \varphi
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Im letzten Schritt wird der Ursprung dieses neuen Koordinatensystems in die Schiffsposition zum Kalibrierzeitpunkt gelegt. Die beiden Koordinatensysteme sind damit identisch. Dazu wurde bereits vorher der ellipsoidische Abstand  $S_{ellip}$  und das ellipsoidische Azimuth  $azimuth_{calib}$  zwischen dem Ort der Schiffes zum Messzeitpunkt und zum Kalibrierzeitpunkt berechnet. Diese werden als reduzierte und horizontale Größen im Koordinatensystem betrachtet, da die Reduktionen im Millimeterbereich liegen, was bei den in der Hydrographie derzeit erreichbaren Genauigkeiten vernachlässigbar ist.

Lediglich der Unterschied zwischen Azimut im geographischen System zum Azimut im Schiffsystem muss beachtet werden, d.h. die Schiffsorientierung im geographischen System muss vom ellipsoidischen Azimut abgezogen werden. Es ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 \varphi &= azimuth_{calib} - heading_{calib} \\
 x_{DGM} &= x2_{mess} + S_{ellip} \cdot \cos \varphi \\
 y_{DGM} &= y2_{mess} + S_{ellip} \cdot \sin \varphi \\
 t_{DGM} &= t1_{mess}
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

### 4.3.2 Mögliches Problem: Refraktion

Bei der Verwendung des DGMS, insbesondere bei der zweiten Variante, ergibt sich das Problem, dass Beams verwendet werden könnten, die von Refraktion beeinflusst

sind. Ausgehend davon, dass Nadirbeams nicht durch Rollen oder Stampfen soweit verschwenkt sind, dass aus ihnen schräge Beams werden, bleiben dafür die seitlichen Beams über. Sind sie von Refraktion beeinflusst und liegt zudem eine Kursänderung oder ein Scherwinkel des Vermessungsschiffes vor, so haben fehlerhafte Beobachtungen Einfluss auf die Ausgleichung. Diese Beobachtungen unterliegen zudem einem systematischen Fehler, da die Refraktion kein zufälliger Fehler ist. Abhilfe kann hier nur eine iterative Neuberechnung der Referenziefen und -ablagen schaffen, da bei dem neuen  $c_{mean}$  davon ausgegangen wird, dass mit ihm keine, oder zumindest weniger Refraktionsfehler auftreten.

## 4.4 Ableitungsbildung

In diesem Abschnitt werden die Ableitungen zur Formel 4.2 (im weiteren  $\varphi$  genannt), welche die für den Allgemeinfall der Ausgleichungsrechnung benötigte Bedingungsgleichung darstellt, berechnet. Diese Ableitungen werden zur Besetzung der entsprechenden Designmatrizen benötigt. Zunächst wird nach den Laufzeiten  $t_K$  und  $t_{DGM}$  abgeleitet. Es ergibt sich:

$$\frac{d\varphi}{dt_K} = -0.5 \cdot c_{mean} \cdot \cos\left(\arcsin\left(\frac{c_{mean}}{c_{keel}} \cdot \sin \alpha_1\right)\right) \quad (4.7)$$

$$\frac{d\varphi}{dt_{DGM}} = 0.5 \cdot c_{mean}. \quad (4.8)$$

Eine weitere Beobachtung, nach der abgeleitet werden muss, ist  $c_{keel}$ . Für sie ergibt sich folgende Ableitung:

$$\frac{d\varphi}{dc_{keel}} = -0.5 \cdot \frac{t_K \cdot c_{mean}^3 \cdot \sin^2 \alpha_1}{c_{keel}^3 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{c_{mean}}{c_{keel}} \cdot \sin \alpha_1\right)^2}}. \quad (4.9)$$

Zusätzlich muss nach der Unbekannten  $c_{mean}$  abgeleitet werden. Es lautet die Ableitung:

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dc_{mean}} = & 0.5 \cdot t_{DGM} - 0.5 \cdot t_K \cdot \left[ \frac{c_{mean}^2}{c_{keel}^2} \cdot \sin^2 \alpha_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{c_{mean}}{c_{keel}} \cdot \sin \alpha_1\right)^2}} \right. \\ & \left. - \cos\left(\arcsin\left(\frac{c_{mean}}{c_{keel}} \cdot \sin \alpha_1\right)\right) \right] \end{aligned} \quad (4.10)$$

Für die zweite Variante ergeben sich folgende Änderungen in den Ableitungen

$$\frac{d\varphi}{dt_{DGM}} = 0, \quad (4.11)$$

da die Laufzeit des DGM-Punktes nicht mehr als Beobachtung eingeht.

$$\frac{d\varphi}{dc_{mean}} = 0.5 \cdot t_K \cdot \left[ \frac{c_{mean}^2}{c_{keel}^2} \cdot \sin^2 \alpha_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left( \frac{c_{mean}}{c_{keel}} \cdot \sin \alpha_1 \right)^2}} - \cos \left( \arcsin \left( \frac{c_{mean}}{c_{keel}} \cdot \sin \alpha_1 \right) \right) \right] \quad (4.12)$$

Somit sind am Abschluss diese Kapitels alle nötigen Informationen zum Ausgleichungsansatz nach Gebbert gegeben, um die in Kapitel 6 beschriebenen Untersuchungen durchzuführen.



# Kapitel 5

## Eigener Ausgleichungsansatz

### 5.1 Einführung

Als eigene Entwicklung geht dieser Ansatz in die vorliegende Arbeit mit ein. Dadurch soll eine bessere Bestimmung der Qualität des im vorigen Kapitel beschriebenen Ansatzes ermöglicht werden. Zudem sollte auch ein Ansatz entwickelt werden, der nicht die Problematik besitzt, dass selbst die Referenzmessungen durch Refraktion beeinflusst sind. Letzterer wird in diesem Ansatz Abhilfe geleistet werden, indem nur die Nadirlotungen, und nicht die centerbeammnahen Lotungen in die Referenzmessungen einfließen.

Der neue Ansatz einer Ausgleichung unterscheidet sich geringfügig von dem zweiten Verfahren nach Atlas Hydrographics. Zunächst wird nicht mit reellen Abstandsquadraten im Sinne von räumlichem Abstand gearbeitet, wie bei Atlas Hydrographics, sondern diese Abstände werden in Laufzeitunterschieden ausgedrückt. Die Laufzeit ist eine der drei Messgrößen (neben der theoretischen Abstrahlrichtung und der Wasserschallgeschwindigkeit am Transponder  $c_{keel}$ ) für einen Beam. Dabei wird, wie schon im Ansatz nach Gebbert, die technisch geplante Aussenderichtung in diesem Ansatz als Festgröße behandelt, so dass als Beobachtungen wiederum nur die Laufzeiten und  $c_{keel}$  verbleiben. Für diese Beobachtungen werden im späteren Verlauf der Ausgleichung die Verbesserungsquadrate minimiert, auch wenn es nicht Aufgabenstellung ist, diese Beobachtungen zu verbessern, sondern die Unbekannte  $c_{mean}$  zu bestimmen. Desweiteren wird vereinfacht der Referenzboden als Gerade mit einer definierten Steigung angenommen, anders als bei Atlas Hydrographics, die den Boden als Relief über die Messpunkte des Referenzprofils darstellen. Letztendlich geben beide Modelle nicht die wahre Meeresbodenstruktur wieder und es wird angenommen, dass die vereinfachte

Modellierung eines flachen Meeresbodens bei der doch weitgehend stetigen Topographie des Meeresbodens gerechtfertigt ist.

Für diesen Ansatz werden im weiteren Verlauf dieses Kapitels die Besonderheit der Ausgleichsgeraden und spezifische Fehler, die diesen Ansatz scheitern lassen können, vorgestellt. Anschließend wird der mathematische Zusammenhang zwischen der Ausgleichsgeraden und der Kalibriermessung dargelegt und zum Abschluss werden die für die Ausgleichsrechnung notwendigen Ableitungen hergeleitet.

## 5.2 Besonderheit Ausgleichsgerade

Für eine Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen sind gegeben: Messungen der Tiefen entlang einer optimalerweise geraden Messspur aus den Centerbeams. Durch diese Punktmenge kann man eine Ausgleichsgerade legen, die die Gleichung

$$z = mx + b \quad (5.1)$$

besitzt, wobei  $m$  und  $b$  die Steigung und der Abszissenschnittpunkt, die unbekanntenen Größen, sind.

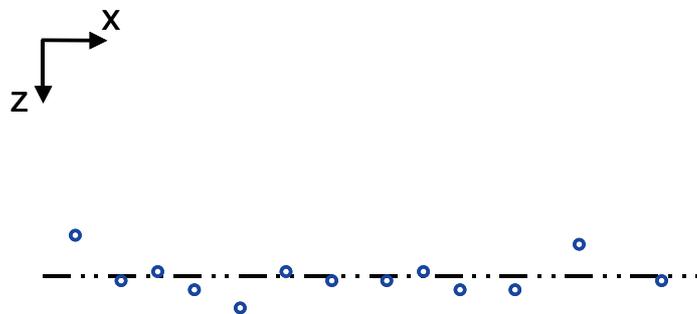


Abb. 5.1: Ausgleichsgerade durch Centerbeamtiefen

Idealerweise wird der Ursprung des Koordinatensystems, in dem diese Gerade verläuft, in die Position des Schiffes zum Zeitpunkt des jeweiligen Kalibrierprofils gelegt, um im weiteren  $x$ -Offsets zu vermeiden. Die Bestimmung der Unbekannten erfolgt dann wahlweise durch lineare Regression, oder durch eine Ausgleichung nach dem „Gauß-Helmert-Modell“. Letzteres bietet die Möglichkeit nach der Ausgleichung mittels Ausreißertest oder Data Snooping noch grobe Beobachtungsfehler aufzudecken, die die Ausgleichsgerade verfälschen. Es zeigte sich aber, dass bei großen Punktmenge bereits recht langwierige Rechenzeiten anfielen, die der Idee der Echtzeitprozessierung entgegen stehen.

Mit einer gegebenen mittleren Schallgeschwindigkeit  $c_{mean}$  kann nach dem Brechungsgesetz nach Snellius (in diesem expliziten Fall  $\frac{c_{keel}}{\sin \alpha_1} = \frac{c_{mean}}{\sin \alpha_2}$  wobei  $\alpha_1$  die technische vorgesehene, und  $\alpha_2$  die tatsächliche Aussenderichtung darstellen) die tatsächliche Senderichtung aus der PFB-Senderichtung errechnet werden. Daraus wiederum kann der Schnittpunkt des Beams mit der Geraden bestimmt, und aus dem Abstand zwischen diesem Schnittpunkt und dem Sendepunkt die Schrägstrecke zwischen diesen beiden Punkten ermittelt werden. Der Quotient des Abstandes geteilt durch  $c_{mean}$  ergibt die theoretische Laufzeit. Dies ist schematisch in Abb. 5.2 dargestellt. Ziel ist es,  $c_{mean}$  so zu wählen, dass diese theoretische Laufzeit mit der im Kalibrierprofil gemessenen übereinstimmt.

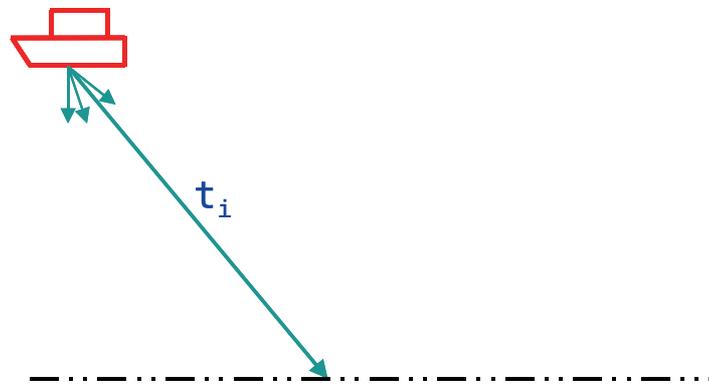


Abb. 5.2: Schnitt zwischen Beam und Ausgleichsgerade

### 5.2.1 Problem: Bewegtes Gelände

„Bewegtes Gelände“ bedeutet in diesem Zusammenhang einen undulierenden Meeresboden. Dies ist ein Problem beim Einsatz einer Ausgleichsgeraden durch Referenzprofilpunkte, denn bei undulierendem Boden stimmen die Punkte auf der Ausgleichsgerade nicht unbedingt mit den Messungen aus dem Kalibrierprofil überein. Dem Problem kann entgegen gewirkt werden, wenn mehrere Ausgleichsgeraden für jeweils einzelne Abschnitte des Kalibrier- und des Referenzprofils eingeführt werden, was aber eine Weiterentwicklung ist, die im Rahmen dieser Diplomarbeit nicht stattfinden konnte. Zudem entspräche dies auch einer Annäherung an ein DGM und damit an den Ansatz nach Gebbert, so dass der Ansatz der Ausgleichsgerade nicht mehr originär wäre.

### 5.3 Formelentwicklung

Als bekannte Größen liegen somit die technisch vorgegebene Aussenderichtung  $\alpha_1$ , eine gemessene Laufzeit und eine theoretische Laufzeit sowie als Unbekannte die mittlere Schallgeschwindigkeit  $c_{mean}$  vor. Daraus ergeben sich folgende mathematische Zusammenhänge:

$$\alpha_2 = \arcsin \left( \sin \alpha_1 \frac{c_{mean}}{c_{keel}} \right), \quad (5.2)$$

wobei  $\alpha_2$  die PFB-Senderichtung des jeweiligen Beams ist.

Als Geradengleichung für die entsprechende Senderichtung ergibt sich damit:

$$z = \tan \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_2 \right) x \quad (5.3)$$

Der Abszissenschnitt beträgt hier 0, da der Ursprung des Koordinatensystems im Ursprung des Beams liegt.

Für die Ausgleichsgerade soll gelten:

$$z_2 = mx_2 + b. \quad (5.4)$$

Da sich die beiden Geraden schneiden, muss sowohl  $z = z_2$  als auch  $x = x_2$  gelten. Daraus folgt:

$$mx + b = \tan \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_2 \right) x \quad (5.5)$$

$$\Leftrightarrow b = \tan \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_2 \right) x - mx$$

$$\Leftrightarrow b = x \left[ \tan \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_2 \right) - m \right] \quad (5.6)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{b}{\tan \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_2 \right) - m} \quad (5.7)$$

Dies in die Geradengleichung des Beams eingesetzt ergibt:

$$z = \frac{\tan \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_2 \right) b}{\tan \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_2 \right) - m} \quad (5.8)$$

Weiterhin ist gegeben, dass die theoretische Laufzeit  $t_{theor}$  nun der Abstand dieses Schnittpunktes von der Sendequelle, welche ja im Ursprung des Koordinatensystems liegt, geteilt durch die angenommene mittlere Schallgeschwindigkeit  $c_{mean}$  ist. Werden in diese Formel die Werte aus den Gleichungen 5.7 und 5.8 eingesetzt, so ergibt sich die theoretische Laufzeit  $t_{theor}$  zuerst in Abhängigkeit der Größe  $\alpha_2$ , und im weiteren, wenn  $\alpha_2$  nach Formel 5.2 ersetzt wird, in Abhängigkeit von  $c_{mean}$ .

Nachfolgend die entsprechende Formelentwicklung:

$$t_{theor} = \frac{1}{c_{mean}} \cdot \sqrt{x^2 + z^2} \quad (5.9)$$

$$t_{theor} = \frac{1}{c_{mean}} \cdot \sqrt{\frac{b^2}{(\tan(\frac{\pi}{2} - \alpha_2) - m)^2} + \frac{\tan^2(\frac{\pi}{2} - \alpha_2) \cdot b^2}{(\tan(\frac{\pi}{2} - \alpha_2) - m)^2}}$$

$$t_{theor} = \frac{1}{c_{mean}} \cdot \sqrt{\frac{b^2 \cdot (1 + \tan^2(\frac{\pi}{2} - \alpha_2))}{(\tan(\frac{\pi}{2} - \alpha_2) - m)^2}} \quad (5.10)$$

$$t_{theor} = \frac{1}{c_{mean}} \cdot \sqrt{\frac{b^2 \cdot (1 + \tan^2(\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin \alpha_1 \frac{c_{mean}}{c_{keel}})))}{(\tan(\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin \alpha_1 \frac{c_{mean}}{c_{keel}})) - m)^2}} \quad (5.11)$$

## 5.4 Ausgleichungsansatz

Zuerst werden die Parameter  $m$  und  $b$  der Ausgleichsgeraden aus den Centerbeamtiefen und Distanzen zwischen dem Ort des jeweiligen Messereignisses und des Kalibrierereignisses durch lineare Regression bestimmt.

Für eine Ausgleichung zur Bestimmung der mittleren Wasserschallgeschwindigkeit sind nun folgende Ausgangsparameter vorhanden:

Als Beobachtungen für jeden Beam in jedem Kalibrierprofil:

- $t_{mess}$
- $c_{keel}$

Als Unbekannte im Ausgleichsalgorithmus:

- $c_{mean}$

Als fest angenommen werden:

- $\alpha_1$
- sowie die Parameter  $m$  und  $b$  der Ausgleichsgeraden

Nun müssen für eine Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen die Beobachtungen als Funktion der Unbekannten dargestellt werden. Ausgehend davon, dass bei korrektem  $c_{mean}$  die theoretische Laufzeit der beobachteten Laufzeit entspricht, kann in 5.11 links des Gleichheitszeichens einfach  $t_{theor}$  durch  $t_{mess}$  ersetzt werden, wodurch sich für jeden Beam eine Bestimmungsgleichung für die Unbekannte ergibt. Es kann für die wahren Beobachtungen als Funktion der wahren Unbekannten folgender mathematischer Zusammenhang beschrieben werden:

$$\tilde{\mathbf{L}} = \underline{\varphi}(\tilde{\mathbf{X}}),$$

oder auch:

$$t_{mess} = \frac{1}{c_{mean}} \cdot \frac{b^2 \cdot \left(1 + \tan^2 \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \left(\sin \alpha_1 \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)\right)\right)}{\left(\tan \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \left(\sin \alpha_1 \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)\right) - m\right)^2}. \quad (5.12)$$

Im Ausgleichsalgorithmus muss zur Bestimmung der Designmatrix  $\underline{A}$  die Beobachtungsgleichung (5.12) nach der Unbekannten  $c_{mean}$  abgeleitet werden.

Soll  $c_{keel}$  als zusätzliche Beobachtung mit ausgeglichen werden, so ist die Trennung von Beobachtungen und Unbekannten nicht mehr möglich. Somit muss der Übergang zu einer Ausgleichung nach dem Allgemeinfeld der Ausgleichung geschehen. Dazu ist es notwendig, Bedingungsgleichungen zu erstellen, die sich aber in diesem Fall aus der Beobachtungsgleichung (5.12) ergeben als:

$$\mathbf{0} = \underline{\varphi}(\tilde{\mathbf{X}}, \tilde{\mathbf{L}})$$

$$0 = \frac{1}{c_{mean}} \cdot \frac{b^2 \cdot \left(1 + \tan^2 \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \left(\sin \alpha_1 \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)\right)\right)}{\left(\tan \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \left(\sin \alpha_1 \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)\right) - m\right)^2} - t_{mess} \quad (5.13)$$

Diese müssen nun wiederum nach den Unbekannten und zusätzlich nach den Beobachtungen abgeleitet werden.

Im weiteren Verlauf muss nach der Beendigung der jeweiligen Ausgleichsalgorithmus ein Test auf grobe Messfehler in den Kalibrierprofillaufzeiten durchgeführt werden, um zum Beispiel Auswirkungen von Eisschollen, die in den Kalibrierfächer geraten

und dort für fehlerhafte Reflektionen sorgen, aufzudecken. Sind solche grob falschen Laufzeiten vorhanden, müssen sie aus der Ausgleichung herausgenommen werden und der ganze Vorgang (Ausgleichung und Test) für die verbleibenden Beobachtungen wiederholt werden, nötigenfalls mehrfach, falls immer neue grobe Fehler auftreten.

Um die Anzahl der Überbestimmungen der mittleren Wasserschallgeschwindigkeit zu erhöhen, könnten in einem Ausgleichungsgang alle vier Kalibrierprofile einer Kalibrierepoche gemeinsam ausgeglichen werden. Allerdings müsste dann beachtet werden, dass vier verschiedene Sendepunkte vorliegen, dementsprechend vier verschiedene Koordinatensysteme und Ausgleichsgeradengleichungen. Diese müssten einander immer richtig zugeordnet werden, da sonst der Algorithmus versagen würde. Es könnte alternativ auch mit einem einzigen Koordinatensystem gearbeitet werden, dabei müsste aber die  $x$ -Verschiebung des Schiffes entlang der Fahrtlinie beachtet werden, was bereits in Formel 5.9 zur Einführung eines Parameters  $x_S$ , und in der Folge zu komplexeren Formeln und einer weiteren Verkomplizierung der Ableitungsbildung führen würde. Effektiv durchgeführt wurde dies aus Zeit- und Komplexitätsgründen nicht.

## 5.5 Ableitungsbildung

In diesem Abschnitt werden die Ableitungen zu den Formeln 5.12 und 5.13 genauer behandelt. Um die Darstellung der Vorgänge zu vereinfachen, wird zuerst die abstrahierte Version der Formel angezeigt, diese abgeleitet, und anschließend derselbe Weg für die explizite Form der Formel nachvollzogen. Zunächst soll dabei die Ableitung der Formeln nach der Unbekannten  $c_{mean}$  gebildet werden, die in beiden Fällen gleich ist. Ausgehend von Formel 5.12 kann diese Formel dargestellt werden als:

$$f(c_{mean}) = g(c_{mean}) \cdot h(c_{mean}).$$

Damit ist die Ableitung  $f'$  nach der Produktregel als

$$f'(c_{mean}) = g'(c_{mean}) \cdot h(c_{mean}) + h'(c_{mean}) \cdot g(c_{mean}) \quad (5.14)$$

gegeben. Wenn nun  $g(c_{mean})$  und  $h(c_{mean})$  wie folgt angenommen werden:

$$g(c_{mean}) = \frac{1}{c_{mean}} \quad \text{und} \quad h(c_{mean}) = \sqrt{\frac{b^2 \cdot (1 + \tan^2(\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin \alpha_1 \frac{c_{mean}}{c_{keel}})))}{(\tan(\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin \alpha_1 \frac{c_{mean}}{c_{keel}})) - m)^2}},$$

so ergibt sich zunächst:

$$g'(c_{mean}) = -\frac{1}{c_{mean}^2}. \quad (5.15)$$

Für  $h(x)$  ist die Ableitung nicht so einfach zu bilden, so dass  $h$  wiederum zu zerlegen ist in:

$$h(c_{mean}) = \sqrt{\frac{k(c_{mean})}{l(c_{mean})}}.$$

Die daraus folgende Ableitung für  $h(c_{mean})$  ergibt sich dann nach Ketten- und Quotientenregel als:

$$h'(c_{mean}) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\frac{k(c_{mean})}{l(c_{mean})}}} \cdot \frac{k'(c_{mean}) \cdot l(c_{mean}) - k(c_{mean}) \cdot l'(c_{mean})}{l^2(c_{mean})}. \quad (5.16)$$

Nun ergeben sich für  $k(c_{mean})$  und  $l(c_{mean})$  folgende Terme aus Formel 5.12:

$$k(c_{mean}) = b^2(1 + \tan^2(\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin \alpha_1 \cdot \frac{c_{mean}}{c_{keel}}))) \text{ und} \\ l(c_{mean}) = (\tan(\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin \alpha_1 \cdot \frac{c_{mean}}{c_{keel}})) - m)^2.$$

Die Ableitung von  $k(c_{mean})$  lässt sich vereinfachen, indem  $k(c_{mean})$  zu nachfolgendem Term umgeformt wird:

$$k(c_{mean}) = b^2 + b^2 \cdot \tan(\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin \alpha_1 \cdot \frac{c_{mean}}{c_{keel}})) \cdot \tan(\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin \alpha_1 \cdot \frac{c_{mean}}{c_{keel}})).$$

Um die Ableitungen für  $l(c_{mean})$  herzuleiten, ist es zweckmäßig, auch diese Funktion in Unterfunktionen zu zerlegen. So kann abstrahiert geschrieben werden:

$$l(c_{mean}) = t(u(d - v(w(c_{mean}))) - e)^2,$$

dabei sind  $t$ ,  $u$ ,  $v$  und  $w$  Funktionen, die abhängig von  $c_{mean}$  sind, während  $d$  und  $e$  Konstanten sind, deren Ableitung nach  $c_{mean}$  gleich 0 ist. Explizit ergeben sich für die einzelnen Funktionen folgende Terme und Ableitungen:

$$t = (\dots)^2 \Rightarrow t' = 2 \cdot (\dots) \\ u = \tan(\dots) \Rightarrow u' = \frac{1}{\cos^2(\dots)} \\ v = -\arcsin(\dots) \Rightarrow v' = -\frac{1}{\sqrt{1 - (\dots)^2}} \\ w = \sin \alpha_1 \cdot \frac{c_{mean}}{c_{keel}} \Rightarrow w' = \frac{\sin \alpha_1}{c_{keel}}$$

Die Ableitung  $l'(c_{mean})$  bildet sich nach der Kettenregel wie folgt:

$$l'(c_{mean}) = t'(u(d - v(w(c_{mean}))) - e) \cdot u'(d - v(w(c_{mean}))) \cdot v'(w(c_{mean})) \cdot w'(c_{mean}).$$

Das bedeutet explizit folgenden Term:

$$l'(c_{mean}) = 2 \cdot \left( \tan\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\sin \alpha_1 \cdot \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)\right) - m \right) \cdot \frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\sin \alpha_1 \cdot \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)\right)} \cdot \frac{-1}{\sqrt{1 - \left(\sin \alpha_1 \cdot \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)^2}} \cdot \frac{\sin \alpha_1}{c_{keel}}. \quad (5.17)$$

Für  $k'(c_{mean})$  gestaltet sich die Ableitung einfacher, abstrahiert lässt sich die letzte oben angegebene Formel für  $k(c_{mean})$  auch schreiben:

$$k(c_{mean}) = d + d \cdot o \cdot o.$$

Dabei ist  $d$  eine Konstante, deren Ableitung 0 ist, und  $o$  eine Funktion in Abhängigkeit von  $c_{mean}$ . Diese Funktion  $o$  lässt sich auch ausdrücken als

$$o = u(v(w(c_{mean}))),$$

mit den selben Funktionen  $u$ ,  $v$ , und  $w$  wie für die Ableitung des Termes für  $l$ . Somit ergibt sich nach der Produktregel für  $k'(c_{mean}) = b^2 \cdot (o' \cdot o + o \cdot o') = 2 \cdot b^2 \cdot o \cdot o'$  oder mit den Funktionen  $u$ ,  $v$  und  $w$ :

$$k'(c_{mean}) = 2 \cdot b^2 \cdot u(d - v(w(c_{mean}))) \cdot u'(d - v(w(c_{mean}))) \cdot v'(w(c_{mean})) \cdot w'(c_{mean}).$$

Umgesetzt in die explizite Form ergibt sich folgender Term für  $k'(c_{mean})$ :

$$k'(c_{mean}) = 2 \cdot b^2 \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\sin \alpha_1 \cdot \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)\right) \cdot \frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\sin \alpha_1 \cdot \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)\right)} \cdot \frac{-1}{\sqrt{1 - \left(\sin \alpha_1 \cdot \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)^2}} \cdot \frac{\sin \alpha_1}{c_{keel}}. \quad (5.18)$$

Letztendlich resultiert für die Ableitung der Formel 5.12 in abstrahierter Form folgende Version:

$$f'(c_{mean}) = g'(c_{mean}) \cdot h(c_{mean}) + g(c_{mean}) \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\frac{k(c_{mean})}{l(c_{mean})}}} \cdot \frac{k'(c_{mean}) \cdot l(c_{mean}) - k(c_{mean}) \cdot l'(c_{mean})}{(l(c_{mean}))^2}. \quad (5.19)$$

Umgesetzt in die explizite Form wird daraus:

$$\begin{aligned}
f'(c_{mean}) = & \frac{-1}{c_{mean}^2} \cdot \sqrt{\frac{b^2 \cdot \left(1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\sin \alpha_1 \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)\right)\right)}{\left(\tan\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\sin \alpha_1 \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)\right) - m\right)^2}} + \frac{1}{c_{mean}} \\
& \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\frac{b^2 \cdot \left(1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\sin \alpha_1 \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)\right)\right)}{\left(\tan\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\sin \alpha_1 \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)\right) - m\right)^2}}} \cdot \frac{1}{\left(\tan\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\sin \alpha_1 \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)\right) - m\right)^4} \\
& \cdot \left[ 2 \cdot b^2 \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\sin \alpha_1 \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)\right) \cdot \frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\sin \alpha_1 \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)\right)} \right. \\
& \cdot \frac{-1}{\sqrt{1 - \left(\sin \alpha_1 \cdot \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)^2}} \cdot \frac{\sin \alpha_1}{c_{keel}} \cdot \left(\tan\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\sin \alpha_1 \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)\right) - m\right)^2 \\
& - b^2 \left(1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\sin \alpha_1 \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)\right)\right) \cdot 2 \cdot \left(\tan\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\sin \alpha_1 \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)\right) - m\right) \\
& \left. \cdot \frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\sin \alpha_1 \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)\right)} \cdot \frac{-1}{\sqrt{1 - \left(\sin \alpha_1 \cdot \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)^2}} \cdot \frac{\sin \alpha_1}{c_{keel}} \right].
\end{aligned} \tag{5.20}$$

Und nach einigen Vereinfachungen folgt:

$$\begin{aligned}
f'(c_{mean}) = & \frac{-b}{c_{mean}^3} \cdot \frac{c_{keel}}{\sin \alpha_1 \cdot \left(\cot\left(\arcsin\left(\sin \alpha_1 \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)\right) - m\right)} \\
& + \frac{b}{c_{mean}^2} \cdot \frac{-1}{\sqrt{1 - \left(\sin \alpha_1 \cdot \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)^2}} \cdot \frac{1}{\left(\cot\left(\arcsin\left(\sin \alpha_1 \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)\right) - m\right)^2} \\
& \cdot \left[ \cot\left(\arcsin\left(\sin \alpha_1 \frac{c_{mean}}{c_{keel}}\right)\right) \cdot m - 1 \right]
\end{aligned} \tag{5.21}$$

Für die Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen ist dies die einzige zu bildende Ableitung. Für die Ausgleichung nach dem Allgemeinfeld der Ausgleichsrechnung muss die Bedingungsgleichung 5.13 zusätzlich nach den Beobachtungen  $t_{mess}$  und  $c_{keel}$  abgeleitet werden. Wird die Gleichung wieder als Funktion  $f(c_{mean}, c_{keel}, t_{mess})$  geschrieben, so ergibt sich als partielle Ableitung nach der Laufzeit folgender einfacher Zusammenhang:

$$f'_{t_{mess}}(c_{mean}, c_{keel}, t_{mess}) = -1.0 \tag{5.22}$$

Für  $c_{keel}$  ist die Ableitung etwas umfangreicher. Im wesentlichen folgt sie dem Vorgang der Ableitung für  $c_{mean}$ , jedoch mit zwei kleinen Unterschieden: Erstens existiert die Funktion  $g$  nicht, d.h.  $\frac{1}{c_{mean}}$  ist eine Konstante, und zweitens ist die Ableitung der Funktion  $w = \sin \alpha_1 \cdot \frac{c_{mean}}{c_{keel}}$  nicht mehr  $w' = \frac{\sin \alpha_1}{c_{keel}}$ , sondern  $w' = -\frac{\sin \alpha_1 \cdot c_{keel}}{c_{keel}^2}$ . Ansonsten bleibt der Vorgang wie für  $c_{mean}$  erhalten, und es ergibt sich mit einigen Vereinfachun-

gen:

$$f'_{c_{mean}}(c_{mean}, c_{keel}, t_{mess}) = b \cdot \sin \alpha_1 \cdot \frac{m - \frac{\sin \alpha_1 \cdot c_{mean}}{c_{keel}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - (\sin \alpha_1 \cdot \frac{c_{mean}}{c_{keel}})^2}}}{[\sin \alpha_1 \cdot c_{mean} \cdot m + c_{keel} \cdot \sin(\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin \alpha_1 \cdot \frac{c_{mean}}{c_{keel}}))]^2} \quad (5.23)$$

Zum Abschluss dieses Kapitels kann festgestellt werden, dass alle notwendigen theoretischen Grundlagen und Formeln für den Einsatz in den nachfolgenden Untersuchungen gegeben wurden. Jedoch ist durch die Tatsache, dass eine mögliche Weiterentwicklung dieses Ansatzes einer Annäherung an den DGM-Ansatz nach Gebbert entspräche, auch deutlich, dass erwartet wird, dass der Ansatz nach Gebbert die besseren Ergebnisse liefern wird, und der in diesem Kapitel beschriebene Ansatz nicht unbedingt der Optimalfall ist. Er wird aber als Vergleichslösung weiter mitgeführt.



# Kapitel 6

## Bestimmung der mittleren Wasserschallgeschwindigkeit

### 6.1 Einführung

Die mit den in den vorangegangenen Kapiteln erläuterten Ausgleichsalgorithmen erzielten Ergebnisse für die Bestimmung einer mittleren Wasserschallgeschwindigkeit, sollen in diesem Kapitel dargestellt werden. Dazu wird zunächst auf die Durchführung der einzelnen Ausgleichungen eingegangen. Im Rahmen der Durchführung der Ausgleichsalgorithmen traten bestimmte Probleme auf, die in Abschnitt 6.3 beschrieben werden. Anschließend werden die Genauigkeiten der eingehenden Messgrößen betrachtet, bevor die eigentlichen Ergebnisse und als Abschluss eine Genauigkeitsbetrachtung für diese Ergebnisse dargestellt werden.

So nicht ausdrücklich anders dargestellt, beziehen sich in diesem Kapitel alle Angaben zu dem Verfahren nach Gebbert auf das erste Verfahren, wie es in der Bedingungsgleichung 4.2 beschrieben ist.

Die gesamte Aufgabenstellung wurde in C++ implementiert. Für die Ausgleichsrechnung wurde die Matrizenbibliothek „Newmat“ in der Version 9a von R.B. Davies (Davies, 2002) verwendet. Ellipsoidische Berechnungen wurden mit Hilfe von Funktionen aus (Krocker, 2002) durchgeführt. Alle Programme sowie die neueste Version der Matrizenbibliothek sind auf der beiliegenden CD enthalten, ein Listing des CD-Inhalts mit Erklärung findet sich in Anhang B.

## 6.2 Durchführung der $c_{mean}$ -Ermittlung

### 6.2.1 Kriterienwahl

Durchgeführt wurden die verschiedenen Ausgleichungsverfahren unter bestimmten Kriterien, deren Wahl vorab begründet werden soll.

Bei beiden Ausgleichungsverfahren wurde auf eine Neuberechnung der Referenzprofile verzichtet, da Versuche zeigten, dass sich die Ergebnisse mit jeder Iteration verschlechtern. Dies war darauf zurückzuführen, dass in den Abweichungen zwischen Messprofilen und Referenzprofilen eine Systematik bestand, die die Ergebnisse zunehmend in die Richtung, in der die Systematik lag, divergieren ließ. Vermutete Ursachen werden im Nachfolgenden beschrieben.

Ein Data Snooping Algorithmus wurde verwendet, um vor dem Einfluss grob falscher Messungen gefeit zu sein. Für die maximale normierte Verbesserung beim Data Snooping wurden bei allen verwendeten Verfahren identische Werte benutzt, um eine Vergleichbarkeit zu gewährleisten. Der Wert wurde mittels eines empirischen Verfahrens zu 0.5 - 1.0 als optimal bestimmt. Dies bedeutet zwar eine hohe Ausdünnungsrate an Beobachtungen, aber auch einen effektiven Schutz vor groben Fehlern. Bei der zweiten Variante des Verfahrens nach Gebbert, liefert der Wert des Data Snoopings zwischen 1.0 und 2.0 die plausibelsten Ergebnisse.

Beim Ausgleichungsalgorithmus nach Gebbert galt es als nächstes, die in die Interpolation der Solltiefen aus dem DGM einfließenden Werte zu bestimmen. Die frühere Variante sah einen maximalen Punktabstand von 500m und einen Faktor für das Inverse-Distance-Weighting von 2.0 vor. Der Gewichtungsfaktor wurde übernommen, die maximale Distanz allerdings variabel bei ca. 10% der Wassertiefe gehalten. Dies erscheint sinnvoller, da somit bei verschiedenen Wassertiefen die Zahl der umgebenden Messungen in etwa gleich gehalten und die Vergleichbarkeit verbessert wird.

### 6.2.2 Alternative $c_{mean}$ -Bestimmung

Zum Zwecke des Vergleichs mit den Ergebnissen der Ausgleichungsalgorithmen und den von HYDROSWEEP bestimmten Werten wurde  $c_{mean}$  zusätzlich durch die Wasserschallmessung bestimmt. Dazu wurde mittels des Verfahrens nach (Maul und Bishop, 1970) für alle 59 Beams einer Kalibrierung eine  $c_{mean}$ -Bestimmung durch die entsprechenden CTD-Wasserschallprofile durchgeführt, und die Ergebnisse anschließend gemittelt.

### 6.2.3 Bestimmung der Genauigkeit des $c_{mean}$ aus HYDROSWEEP

Von Seiten des Systems wird für die mittlere Wasserschallgeschwindigkeit keine Genauigkeit angegeben. Dies erscheint sinnvoll in Anbetracht der Tatsache, dass  $c_{mean}$  auf iterative Weise bestimmt wird, und ein Abbruchkriterium bei einer Iteration keine Genauigkeitsvorgabe ist. Um dennoch für Genauigkeitsvergleiche einen Wert zu ermitteln, wurde die zweite Variante des Verfahrens nach Gebbert angewendet, welche wie beschrieben sehr eng an dem Vorgehen nach Atlas Hydrographics liegt, und die daraus gewonnene Genauigkeitsangabe als erreichbare Genauigkeit des Verfahrens nach Atlas Hydrographics angenommen. Dazu wurden die HYDROSWEEP-spezifischen Besonderheiten mit einbezogen, d.h. es wurden nur die hinteren 29 PFBs eines Fächers verwendet und zur DGM-Berechnung wurden je sieben PFBs nach Back- und Steuerbord herangezogen. Über die Durchführung der Interpolation im DGM innerhalb des HYDROSWEEP Systems, ist nichts bekannt, weswegen dort dieselben Einstellungen für die maximale Entfernung eines Punktes und den Faktor des Inverse-Distance-Weighting wie bei dem Verfahren nach Gebbert verwendet wurden.

## 6.3 Auftretende Probleme

Verschiedene Probleme traten im Rahmen der Ausgleichsalgorithmen auf, die die Bestimmung von  $c_{mean}$  beeinträchtigten. Am gravierendsten stellten sich Einflüsse systematischer Fehler, sowohl im centerbeamnahen als auch im centerbeamfernen Bereich, und grob falsche Kalibrierprofile heraus. Diese Fehler, ihre Auswirkungen und mögliche Eliminationen dieser Fehler sollen in den nachfolgenden Abschnitten beschrieben werden.

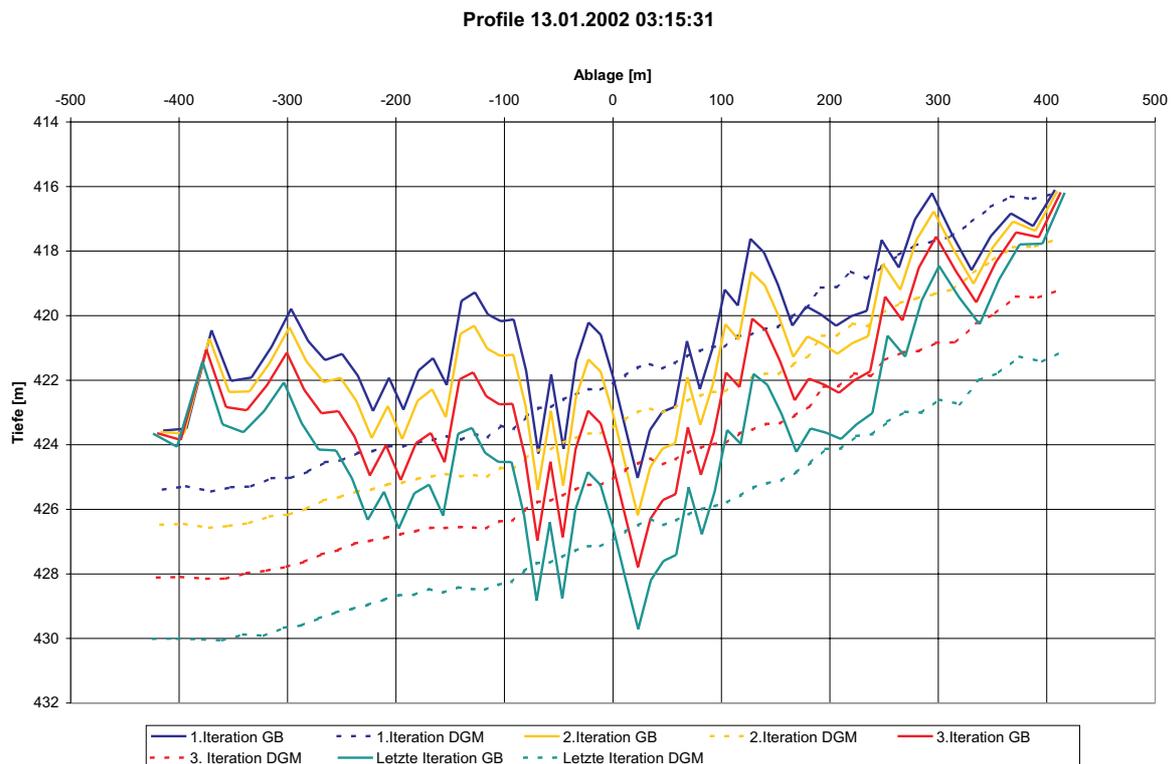
### 6.3.1 Systematische Fehler

Einer der Hauptgründe des Scheiterns jedes Ausgleichsalgorithmus' ist ein systematischer Fehler in den Daten. Dieser ist nicht durch Suche nach Modellstörungen, groben Fehlern (Data Snooping) oder sonstigen Verfahren aufzudecken. Generell gilt, sind systematische Fehler vorhanden, ist das Ausgleichsergebnis verfälscht. Man kann einzig und allein versuchen, den systematischen Fehler vorab aufzudecken, oder den Einfluss zu minimieren.

Die (vermutete) Ursache der aufgetretenen systematischen Fehler sowie Auswirkung auf die Ausgleichung und Möglichkeiten zur Verringerung ihres Einflusses sollen

aufgezeigt werden.

Aufgefallen ist ein systematischer Einfluss bei dem Versuch, das DGM iterativ neu zu berechnen, um die Formveränderung des DGMs, die sich durch ein neues  $c_{mean}$  ergibt, zu berücksichtigen. Erwartet wurde eine Konvergenz des Wertes für  $c_{mean}$ , stattdessen tat sich aber in einem Großteil der Fälle eine Divergenz auf, die  $c_{mean}$  in größer werdenden Schritten nach einer Richtung verfälschte. Als Beispiel dazu ist das Profil für den Kalibrierzeitpunkt 03:15:31 am 13. Januar 2002 mit vier Iterationen abgebildet:



**Abb. 6.1:** Divergenz der Iterationen

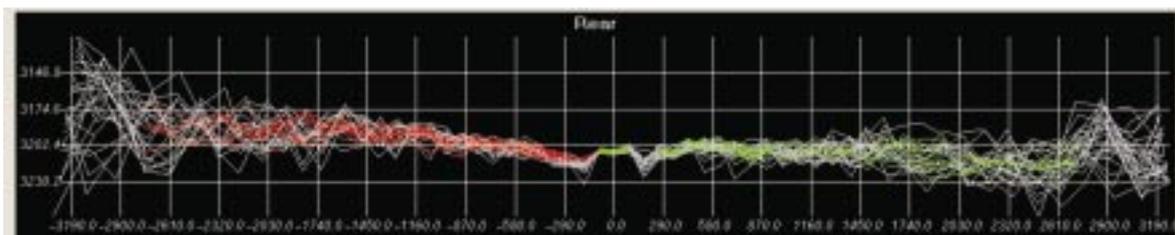
### 6.3.1.1 Fehler im centerbeamnahen Bereich

Zurückzuführen ist diese Divergenz darauf, dass einzelne Laufzeiten systematisch falsch gemessen wurden. Möglich wäre so eine Systematik zum Beispiel durch den Tunneleffekt, bei dem die Laufzeiten der centerbeamnahen Beams als zu gering bestimmt worden wären, wie es in Kapitel 3.2.6 schematisch dargestellt ist. Dies würde für die Ausgleichung bedeuten, dass die Laufzeiten aus Kalibrierprofil und Referenzprofil nicht zusammenpassen würden. Um diese Differenzen zu beheben (unter der Bedingung, dass die Verbesserungsquadrate in der Ausgleichung minimiert werden), würde nur ein Teil

dieser Fehler auf die Verbesserungen verteilt, der Rest fälschlicherweise der Unbekannten angelastet werden, was zu deren fehlerhaften Berechnung führt.

Abhilfe kann nur verschafft werden, indem der Einfluss der fehlerhaften Werte gering gehalten wird, sprich das Data Snooping sehr eng gefasst wird, und indem von einer iterativen Berechnung abgesehen wird. Voraussetzung dafür ist aber, dass die ausgeglichene Größe im Zuge einer zweiten Iteration nur noch insignifikant verbessert würde. Empirische Tests an einem der Datensätze, die nicht mit systematischen Fehlern behaftet war, konnten diese insignifikante Verbesserung der Unbekannten bei einer zweiten Iteration der Ausgleichung belegen. Zum einen konvergierte die mittlere Wasserschallgeschwindigkeit aus diesen Berechnungen, zum zweiten lag die Änderung der mittleren Wasserschallgeschwindigkeit bei der zweiten Iteration im Bereich von wenigen  $\frac{cm}{s}$ , was bei einer Standardabweichung des ausgeglichenen  $c_{mean}$  von  $\pm 1 - 2\frac{m}{s}$  als insignifikant bezeichnet werden kann.

Das Auftreten dieser systematischen Fehler wurde während der „Polarstern“-Fahrt ANT XIX/2 nicht bemerkt, da die Auswirkungen in den Darstellungen der Daten an Bord nicht sichtbar waren. Deutlich traten sie erst während der ersten Arktisreise des Sommers 2002 (ARK XVIII/1) auf, wo centerbeamnahe Beams deutlich aus der Umgebung herausfielen. Die folgende Abbildung zeigt dieses Phänomen sehr gut, sie ist dem Editierungsprogramm Swath-Editor aus dem Programmsystem HIPS (Hydrographic Information Processing System) der Firma CARIS entnommen, mit dem die Daten routinemäßig prozessiert und auf Fehlmessungen kontrolliert werden:



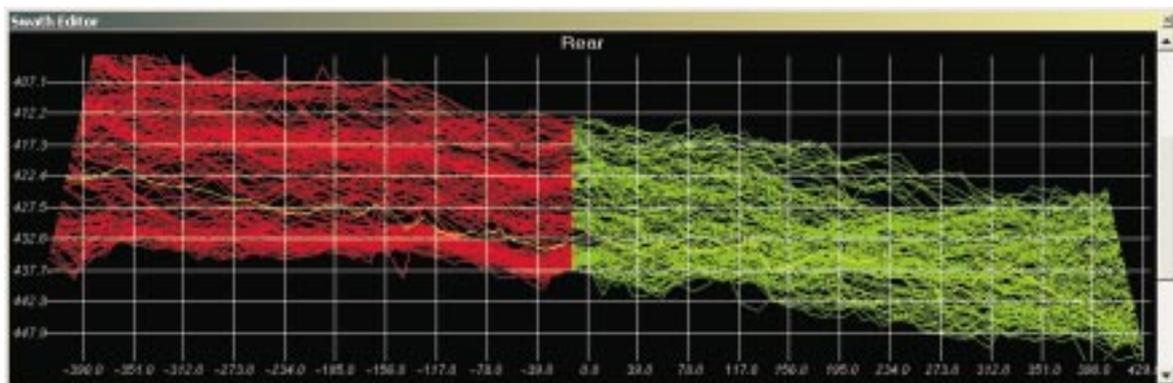
**Abb. 6.2:** Swath-Editor Ansicht der systematischen Fehler ARKX VIII/1

Hierbei erkennt man in rot bzw. grün die backbord bzw. steuerbord gelegenen Beams (wobei von der Software der Centerbeam den Backbordbeams zugeordnet wird), und die sich daraus ergebenden Profile. Grau markiert sind die Messpunkte und Profile, die vom Auswerter als unplausibel verworfen wurden. Man erkennt systematische Effekte im Centerbeambereich in Form einiger backbord- und steuerbordseitig gelegener Beams welche in einer Art Graben tiefer als der Trend der Beams liegen. Es ist möglich, dass solche Strukturen dem realen Meeresboden entsprechen, allerdings ist es unwahrscheinlich, dass diese Strukturen dem Kurs des Schiffes über längere Zeit

(bis zu mehreren Tagen) hinweg bei jeder Kursänderung genau folgen. Daher wurden diese Fehler als Systematik klassifiziert und verworfen. Eine Ursache für diesen Fehler ist nicht bekannt. Die Daten liegen zur Zeit auch Atlas Hydrographics zur genaueren Untersuchung möglicher Ursachen vor.

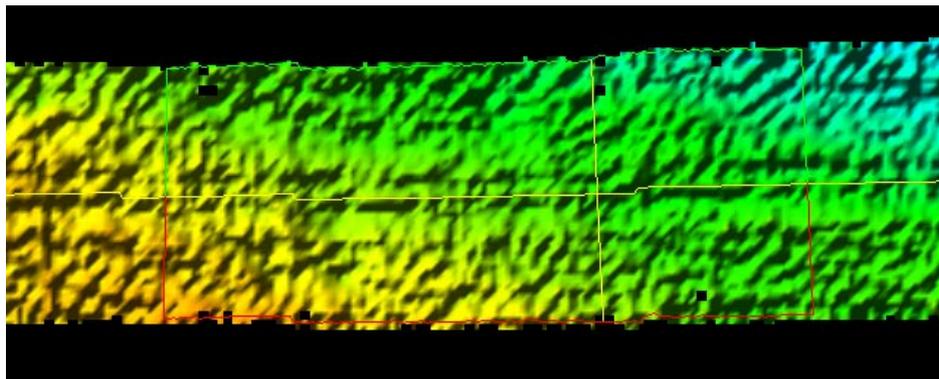
Wichtig ist anzumerken, dass die systematischen Abweichungen in der Tiefen in einer Größenordnung von 15m bei einer Gesamtwassertiefe von 3200m Tiefe liegen. Die Genauigkeit des HYDROSWEEP DS-2 wird von Seiten des Herstellers mit  $\pm 1\%$  der Wassertiefe angegeben. Untersuchungen anhand von gemessenen und berechneten digitalen Geländemodellen Jacops (2002) ergaben  $\pm 0.5\%$  der Wassertiefe. Das bedeutet, dass unter der Annahme der Genauigkeit, wie von Atlas Hydrographics angegeben, die systematische Abweichung im Bereich des Rauschens der Standardabweichung liegt. Dies erschwert die Suche mittels Data Snooping bei einer maximalen normierten Verbesserung von 1.0.

Hinsichtlich dieser Erkenntnis wurden die gesammelten Daten der Fahrt ANT XIX/2, im wesentlichen für die relevanten Tage, eingehend untersucht. Dabei war im Bereich des 25. Dezembers 2002 visuell noch keine Systematik zu erkennen, was aber nicht ausschließen lässt, dass sie nicht dennoch da war, da weitere Nachforschungen ergeben haben, dass diese Fehler auch schon bei früheren Messfahrten gelegentlich auftraten. In den Daten des 13. Januar 2002 zeigten sich diese Fehler, wie aus den beiden folgenden Abbildungen zu erkennen ist.



**Abb. 6.3:** Swath Editor Ansicht der systematischen Fehler ANT XIX/2

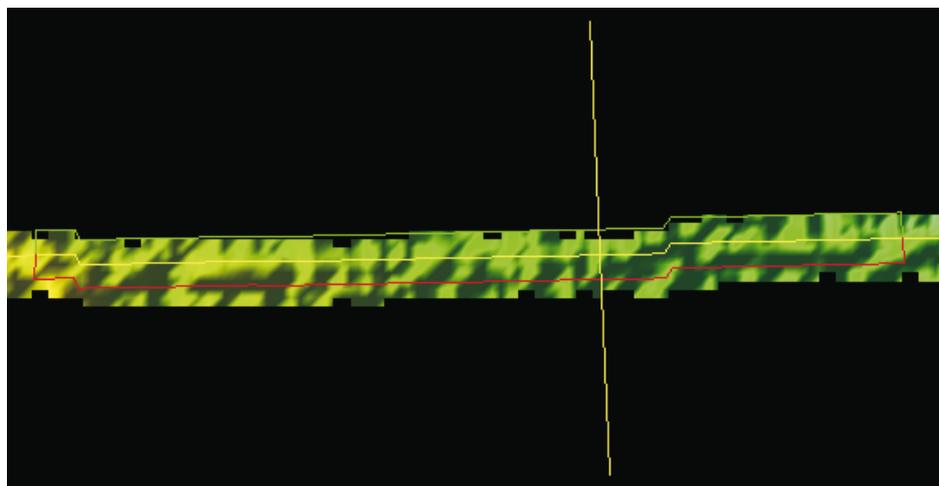
In Abb. 6.3 sieht man eine ähnliche Darstellung wie in Abbildung 6.2 für einen Ausschnitt der Messdaten des 13.01.2002. In dieser Abbildung ist es jedoch nicht möglich, in der Gesamtheit der Profile die Systematik zu erkennen, auch wenn das einzelne aktivierte Profil (gelb), sie andeutet. Besser zu erkennen ist die Systematik in Abb. 6.4, die das beleuchtete DGM der Profile innerhalb der grün-roten Umrandung (bei einer Fahrtrichtung des Schiffes in Richtung der längeren Ausdehnung) wiedergibt.



**Abb. 6.4:** Beleuchtetes DGM der entsprechenden Beams

Hier sind deutlich die dem Schiffskurs in der Nähe des Centerbeams folgenden Rinnen zu sehen. Sie sind auch nur in dieser Ansicht erkennbar, was der Grund dafür ist, dass sie nicht bereits während der PFS „Polarstern“-Fahrt ANT XIX/2 erkannt wurden. Damals wurde diese Version der Auswertesoftware (CARIS HIPS) an Bord von „Polarstern“ noch nicht eingesetzt, und als Ergebnisdarstellung wurden lediglich Isolinienkarten erstellt, in denen solche Effekte verschwinden.

Dass die offensichtliche Systematik auch auf die Ausgleichung einer geringen DGM-Breite  $\pm 4$  Beams Einfluss hat, zeigt ein entsprechend beschnittenes DGM:

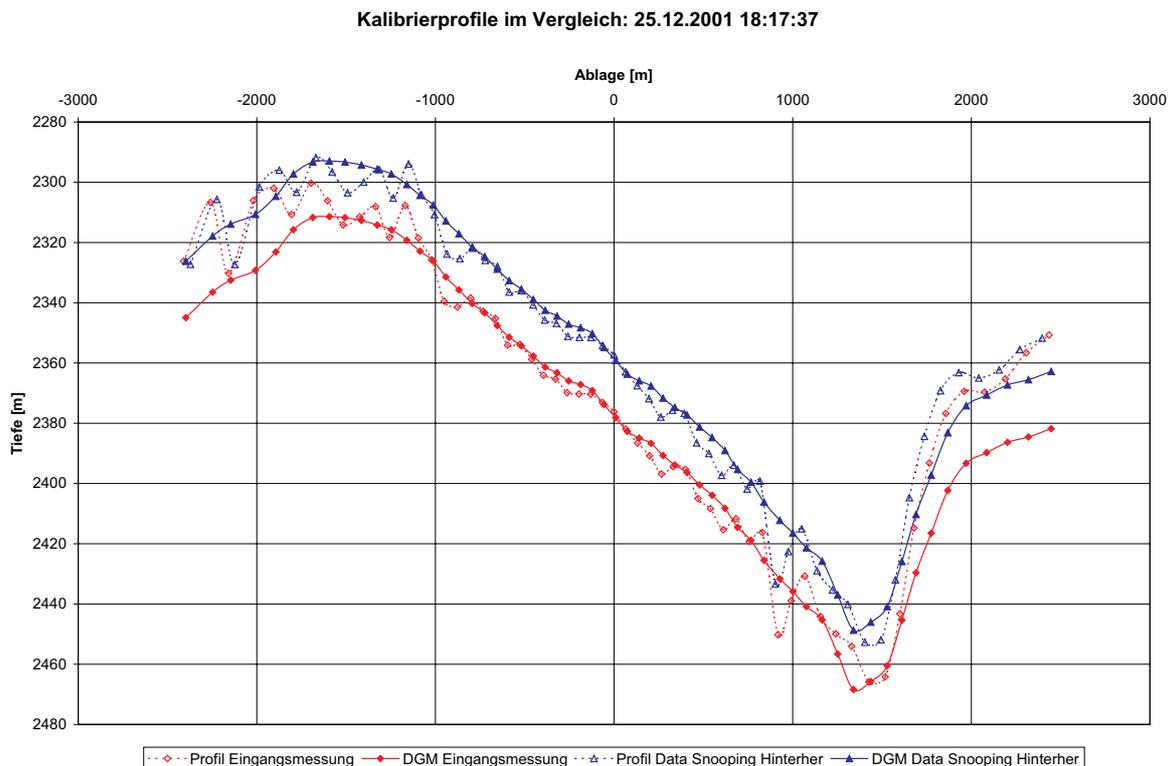


**Abb. 6.5:** Beleuchtetes DGM bei einer DGM-Breite von  $\pm 4$  Beams

Zudem gibt es keine Erklärung, warum dieser Fehler nicht auch im Kalibrierprofil auftreten sollte, so dass er Auswirkungen zeigt, selbst wenn das DGM auf eine Linie reduziert wird.

### 6.3.1.2 Fehler im centerbeamfernen Bereich

Ein weiterer Fehler, der auftrat, hängt mit dem Problem der Laufzeitmessung nach dem Amplitudenverfahren, wie es in Kapitel 3.2.5 beschrieben ist, zusammen. Wie dort bereits angedeutet, ist die Bestimmung der Laufzeit in den äußeren Bereichen eines jeden Profils mit Schwierigkeiten verbunden, da das zurückkommende Signal häufig sehr schwach, aber zeitlich lang ausgedehnt ist. Als Ergebnis ergibt sich in den äußeren Beams starkes Rauschen, wie es auch sehr gut in Abbildung 6.2 zu sehen ist. Problematisch wurde dieses Rauschen, da es bei einigen Kalibrierfächern nicht mehr als sogenanntes weißes Rauschen auftritt, also einen Mittelwert von 0 hat, sondern eine systematische Verschiebung hatte. Dies führte im Zuge des Ausgleichsprozesses soweit, dass die Summe der Verbesserungsquadrate geringer wurde, wenn die größere Anzahl an „guten“ (rauscharmen) Beobachtungen mit Verbesserungen belegt wurde, statt der kleineren Anzahl der „schlechten“ (systematisch verrauschten) Beobachtungen, und die mittlere Wasserschallgeschwindigkeit dementsprechend verfälscht ausgeglichen wurde. Gut zu erkennen ist dies in der nachfolgenden Abbildung.



**Abb. 6.6:** Systematisches Rauschen und resultierendes Ausgleichsergebnis

In den roten Kurven sind das Referenzprofil (DGM) und das Kalibrierprofil (Profil) mit dem vorgegebenen Näherungswert für  $c_{mean}$  aus der HYDROSWEEP-Bestimmung

dargestellt. Es ist erkennbar, dass nach außen hin das Rauschen zunimmt, und fast alle Bodenpunkte in den äußeren Bereichen des Kalibrierprofils über dem Referenzprofil liegen. Nach der Ausgleichung ergaben sich mit den rohen (unausgeglichenen) Laufzeiten und dem ausgeglichenen  $c_{mean}$  die blauen Profile. Hier ist ebenfalls ein Rauschen zu erkennen, das aber in Richtung der negativen Ablage mehr um das DGM liegt, und dessen Systematik in Richtung der positiven Ablagen geringer geworden ist. Es scheint möglich, dass die Systematik durch ein falsches  $c_{mean}$  entstand und der ausgeglichene Wert der korrekte Wert ist. Dagegen sprechen aber mehrere Faktoren. Zum einen sind die Systematiken nicht in der typischen Form für alle Kalibrierprofilpunkte vorhanden und auch nach der Ausgleichung liegen im positiven Bereich der Ablage Systematiken vor. Zum anderen lag der durch die Ausgleichung gefundene Wert für  $c_{mean}$  weiter entfernt von dem Wert den die CTD-Messung ergab, als der Näherungswert.

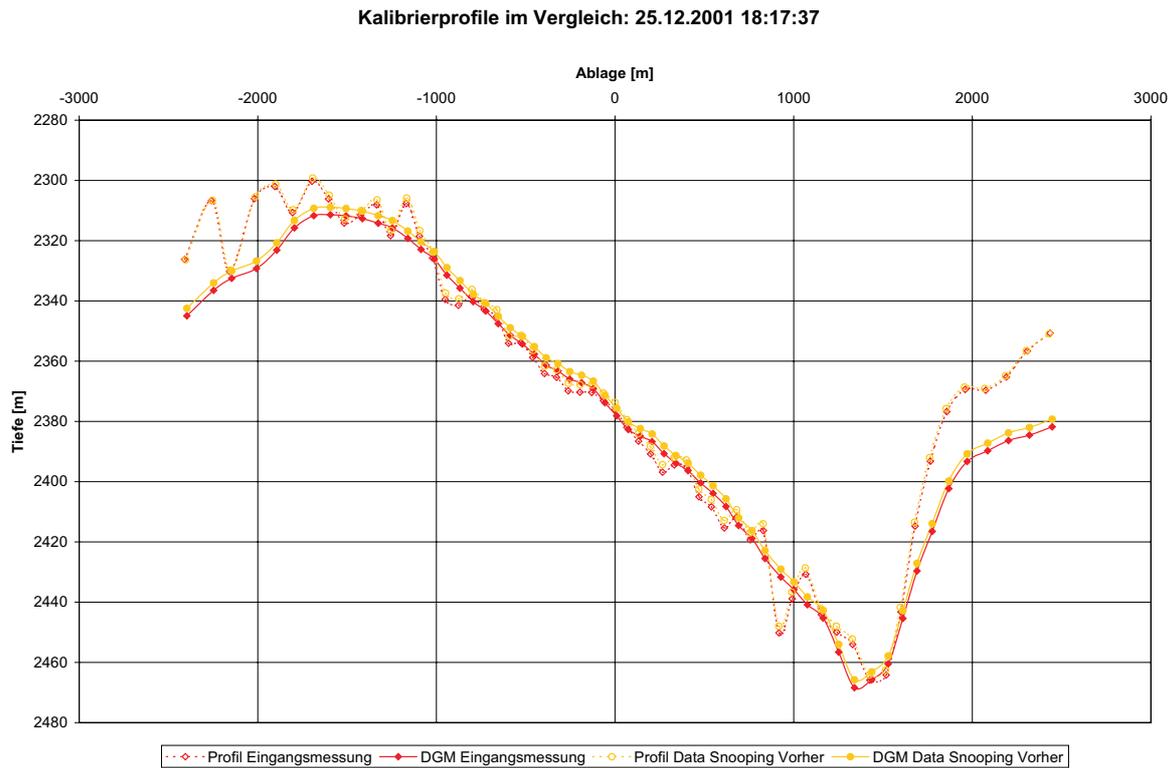
Möglichkeiten zur Abhilfe bzw. zur Verringerung des systematischen Einflusses werden im nun folgenden Abschnitt behandelt.

### 6.3.1.3 Abhilfe

Wie schon im Vorigen beschrieben, können systematische Fehler an dieser Stelle nicht vollständig korrigiert werden, sondern es besteht lediglich die Möglichkeit, den Einfluss der Fehler gering zu halten. Bei den Fehlern im centerbeamnahen Bereich hat sich gezeigt, dass ein möglichst enges Data Snooping den Einfluss der systematischen Abweichungen verringert, da dieser Fehler zum Großteil den Beobachtungen angelastet wird. Zudem verbietet sich die iterative Berechnung, wie bereits in der Kriterienwahl beschrieben, da sonst selbst die kleinen Systematiken die resultierenden Fehler mit jeder Iteration weiter aufsummieren.

Bei den Fehlern im centerbeamfernen Bereich ist dies nicht so einfach, da fast die komplette Auswirkung der Unbekannten angelastet wurde. Hier hilft der Einsatz des Data Snooping nicht nach, sondern bereits vor der Ausgleichung, bei dem nicht die Verbesserungen sondern die Widersprüche in den Daten untersucht werden. Dabei wird zudem nicht nur der maximale normierte Wert verworfen, sondern alle Werte, die über dem Schwellwert liegen. Untersucht werden dann nicht mehr die Verbesserungen der einzelnen Beobachtungen, sondern die Differenzen der einzelnen Beobachtung in Nadirrichtung. Dazu wurden die schrägen Laufzeiten entsprechend reduziert, d.h. mit dem Kosinus des Sendewinkels multipliziert, um senkrechte Lotungen zu erhalten. Traten zu große Beobachtungsdifferenzen auf, wurden die jeweiligen Beobachtungspaare nicht in die Ausgleichung mit eingeführt. Das Ergebnis zeigt sich sehr gut in der Abb. 6.7.

Im Gegensatz zu Abbildung 6.6 liegt das neue Ergebnis (gelb) sehr nahe bei dem



**Abb. 6.7:** Ausgangs- und Ergebnisprofile bei Data Snooping vor der Ausgleichung

Ausgangs-Referenzprofil. Auch die ermittelte mittlere Wasserschallgeschwindigkeit lag näher an dem Wert aus der CTD-Messung als bei dem Ergebnis in Abb. 6.6. Die systematischen Verfälschungen in den centerbeamfernen Bereichen sind nach wie vor vorhanden, sie werden jedoch nicht in die Ausgleichung einbezogen und verlieren daher ihren Einfluss.

Der Einsatz des Data Snoopings vor der Ausgleichung enthält allerdings auch einen ganz klaren Nachteil. Ist der Näherungswert für  $c_{mean}$ , mittels dessen die zu untersuchenden Differenzen reduziert werden, nicht ausreichend genau, so können sich bei der Reduktion Fehler ergeben, infolge derer auch ausgleichungswürdige Beobachtungen verworfen und umgekehrt zu verwerfende Beobachtungen nicht verworfen werden. Dieser Problematik kann durch eine Iteration abgeholfen werden. Diese Iteration unterscheidet sich von der bisher verwendeten Iteration in der Form, als dass das DGM nicht neu berechnet, sondern lediglich nach jeder Iteration das Data Snooping durchgeführt wird, um Fehler in der Reduktion zu ermitteln. Allerdings wird davon ausgegangen, dass bei einem Näherungswert für  $c_{mean}$  aus dem Ergebnis des bisherigen HYDROSWEEP-Verfahrens, die Näherung ausreichend ist, was einzelne Tests auch belegt haben, so dass keine Iteration nötig ist.

Einfacher als die Handhabung systematischer Fehler ist die der groben Fehler.

Deren Auftreten, Einfluss und die Wege ihrer Beseitigung sind in dem nun folgenden Abschnitt erklärt.

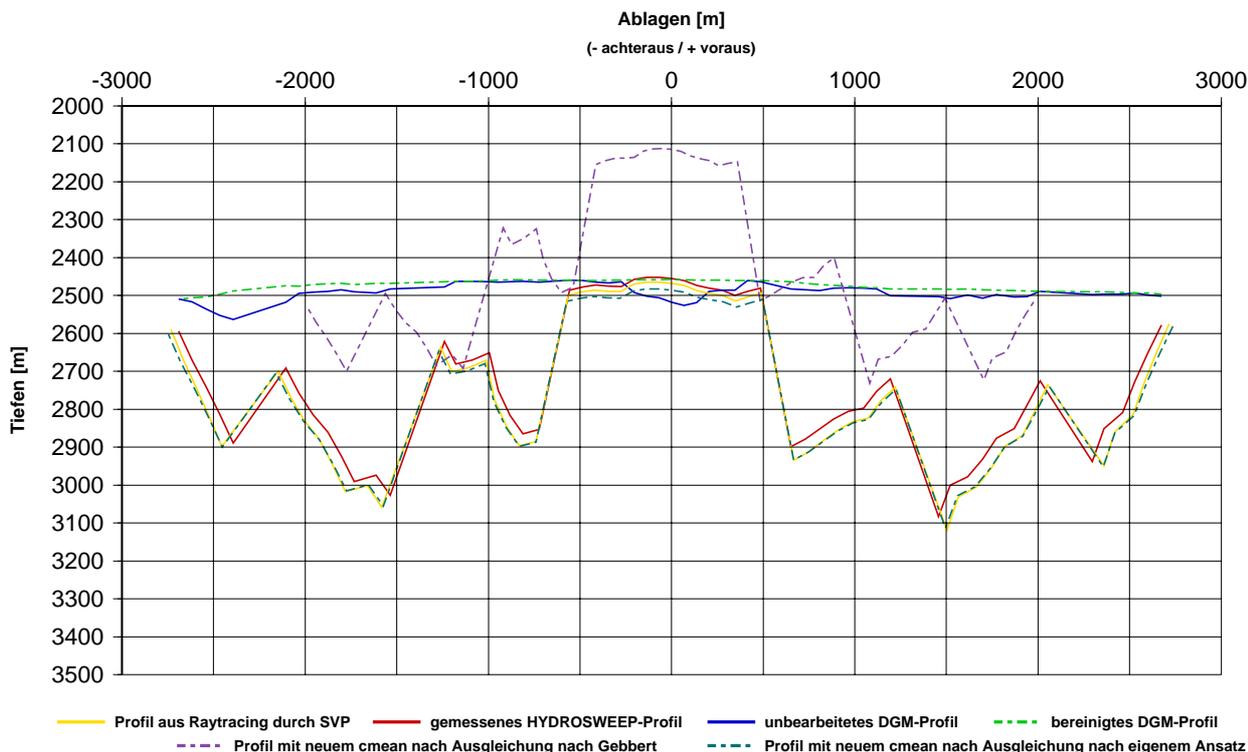
### 6.3.2 Grob falsche Profile

Bei den Referenzprofilen wird davon ausgegangen, dass aufgrund der Anzahl der Beobachtungen, und der Tatsache, dass sie im Messbetrieb unter Überwachung bestimmt werden, im schlimmsten Fall Teile der Profile grob falsch sind, aber stets noch genügend Restprofil vorhanden ist, um die Ausgleicheung sinnvoll durchzuführen. Bei den Kalibrierprofilen muss dies nicht der Fall sein, wie in Abbildung 6.8 zu sehen ist, da sie nicht überwacht werden. Dabei ist das rote Profil das gemessene Profil, welches mit dem  $c_{mean}$  aus HYDROSWEEP berechnet wurde. Es ist deutlich zu erkennen, dass sich in den Ablagenbereichen außerhalb von  $\pm 500\text{m}$  erhebliche Fehler im Profil befinden, die nicht in  $c_{mean}$  begründet liegen, und rein der Laufzeitermittlung und Eiseinfluss anzulasten sind. Hinzu kommt, dass im Bereich der „guten“ Kalibrierprofilaten schlechte Referenzprofilaten liegen. Die blaue Linie ist das zur Ausgleicheung herangezogene Referenzprofil, die hellgrün gestrichelte Linie ist das Referenzprofil aus manuell bereinigten DGM-Daten. Das führt dazu, dass der Ausgleicheungsansatz nach Gebbert völlig versagte (violett gestrichelt), als er noch mit dem Data Snooping nach der Ausgleicheung verwandt wurde, aber auch mit dem Data Snooping vor der Ausgleicheung. In diesem Fall liefert er dasselbe Ergebnis, wie der eigene Ausgleicheungsansatz, was zwar im Vergleich zum unbereinigten Referenzprofil angepasst ist, aber dessen vollen Fehler trägt, der nicht mehr durch die fehlerfreien Stücke des Referenzprofils ausgeglichen werden kann.

Solche grob falschen Kalibrierprofile, bzw. die grob falschen Messprofile, die zum DGM und in der Folge zu Fehlern im Referenzprofil führen, kommen in den Arbeitsbereichen von PFS „Polastern“ immer wieder vor, da sie durch akustische Fehlsignale entstehen, z.B. beim Eisbrechen, insbesondere wenn Eis unter die Wandler gerät.

## 6.4 Genauigkeit der eingehenden Größen

Für die richtige Verteilung der Verbesserungen innerhalb einer Ausgleicheung, ist das Wissen über die Genauigkeiten grundlegend. Sind die Genauigkeiten nicht korrekt gewählt, so können in der Gewichtsmatrix falsche Gewichtsverteilungen auftreten, was zu einer falschen Zuordnung von Verbesserungen der Beobachtungen und in der Folge der Verbesserungen der Unbekannten führen kann. Andererseits sind von Atlas Hydrographics für das HYDROSWEEP DS-2 keine Genauigkeitsangaben über die wahren



**Abb. 6.8:** Auswirkungen eines grob falschen Kalbrierprofils

Messgrößen zu erfahren. Zwar wird für das Endprodukt „Tiefe“ eine Standardabweichung angegeben, tatsächlich aber wird die Tiefe nicht direkt gemessen, sondern aus den eigentlichen Messgrößen abgeleitet. Zu ermitteln waren also die Standardabweichungen für  $c_{keel}$  und für die gemessenen Laufzeiten. Die theoretischen Aussendewinkel wurden als Festgrößen betrachtet und nicht mit ausgeglichen.

Für  $c_{keel}$  wurden die Verläufe der HYDROSWEEP-internen  $c_{keel}$ -Sonde mit den Ergebnissen des Thermosalinometers verglichen, um eine mittlere Abweichung an den jeweiligen Messtagen zu bestimmen. Ein besonderes Problem kam dabei durch die während der Fahrt aufgetretenen Fehlmessungen der HYDROSWEEP-internen  $c_{keel}$ -Sonde hinzu. Allerdings war an den beiden ausgewählten Tagen die Ergebnisse der  $c_{keel}$ -Sonde stabil, wenn auch mit einer konstanten Abweichung von etwa  $1-2\frac{m}{s}$ . Somit wurde die Standardabweichung dieser konstanten Abweichung folgend auf  $\pm 1.5\frac{m}{s}$  festgelegt.

Schwieriger ist die Bestimmung einer Genauigkeit für die Laufzeitmessung. Die anfängliche Idee, die Dauer des zurückkehrenden Echos zu verwenden, musste verworfen werden, da das rückkehrende Echo, vor allem bei den schwachen äußeren Beams, oft in der Größenordnung von über 1% der Laufzeit lag. Empirische Untersuchungen (Fehlerfortpflanzungsgesetz mit dieser Genauigkeit und der aus der Ausgleichung gewonnenen Standardabweichung vom  $c_{mean}$ ) haben gezeigt, dass diese Laufzeitgenauigkeit nicht

ausreichend für die von Atlas Hydrographics angegebene Genauigkeit, und somit auch nicht für die höhere Genauigkeit, die in (Jacops, 2002) genannt wird, ist. Die bereits beschriebenen empirischen Untersuchungen haben gezeigt, dass die Standardabweichung der Laufzeit für die in (Jacops, 2002) genannte Genauigkeit der Tiefenbestimmung kleiner als  $\pm 0.5\%$  sein muss. Dieser Wert wurde aufgrund der empirischen Untersuchungen auch gewählt.

Bestimmend ist diese Genauigkeit der Laufzeiten auch für das Data Snooping (welches nur über die Laufzeiten erfolgt), da zwar die maximale normierte Verbesserung gewählt wird, diese aber in direktem Zusammenhang mit der Standardabweichung steht, da die normierte Verbesserung der Quotient aus Verbesserung (oder Differenz) und Standardabweichung der Beobachtung ist. Ergo gilt: Wird die Standardabweichung falsch gewählt, so ist der allgemeine Zusammenhang, mit dem die normierte Verbesserung gewöhnlich bestimmt wird, nicht mehr gegeben. Dabei handelt es sich um die Wahrscheinlichkeit, mit der eine Beobachtung im Umkreis des Produkts aus Standardabweichung und maximaler normierter Verbesserung noch den wahren Wert enthält. Man spricht bei ihr auch von der Sicherheitswahrscheinlichkeit, für die stochastisch folgende, (Pelzer, 1997) entnommene, Zusammenhänge gelten:

max. norm. Verbesserung	Sicherheitswahrscheinlichkeit [%]
1.00	68.3
1.96	95.0
3.00	99.7

**Tab. 6.1:** Schwellwerte und Sicherheitswahrscheinlichkeiten

Die Tatsache, dass das Data Snooping zur Beseitigung grober Fehler so eng gewählt wird, könnte somit auch darauf hinweisen, dass die gewählte Standardabweichung der Schalllaufzeit zu hoch ist. Es liegen allerdings keine weiteren Begründungen vor, die eine explizit andere Wahl der Standardabweichung rechtfertigen.

Mit den in diesem und den vorangehenden Abschnitten beschriebenen Kriterien, Einstellungen und eingehende Größen wurde die Bestimmung für  $c_{mean}$  durchgeführt, deren Ergebnisse im nächsten Abschnitt dargestellt werden.

## 6.5 Ergebnisse

Die im Folgenden vorgestellten Ergebnisse befassen sich ausschließlich mit der mittleren Wasserschallgeschwindigkeit, da die Problemstellung des fehlerhaften  $c_{keel}$  geson-

dert im nachfolgenden Kapitel behandelt wird. Zunächst werden in diesem Abschnitt die ermittelten Werte für  $c_{mean}$  behandelt, anschließend die Genauigkeit der ausgeglichenen mittleren Wasserschallgeschwindigkeit behandelt.

### 6.5.1 Vergleiche der ermittelten $c_{mean}$ -Werte

Die zu untersuchenden Ausgleichsalgorithmen wurden zunächst jeweils mit einem künstlich generierten fehlerfreien Datensatz getestet. Dabei waren beide Ansätze robust sowohl gegenüber eingeführten groben als auch normalverteilten zufälligen Fehlern. Bei eingeführten systematischen Abweichungen in die simulierten Beobachtungen spiegeln sich dieselben Probleme wieder, wie sie in Kapitel 6.3.1 beschrieben wurden.

Zur Darstellung der Ergebnisse für die beiden in dieser Arbeit hauptsächlich betrachteten Messtage, wurden die Werte gegen die Zeit jeweils über den Verlauf eines Tages geplottet. Zunächst wird in Abb. 6.9 das Ergebnis für den 13.01.2002 dargestellt, da sich von diesem Tag aufgrund des geraden Schiffskurses, des flachen (300-500m) und topographiearmen Bodens sowie der geringen Belastung durch Eisfahrt im Vergleich zum 25.12.2001 die besten Daten erhofft werden.

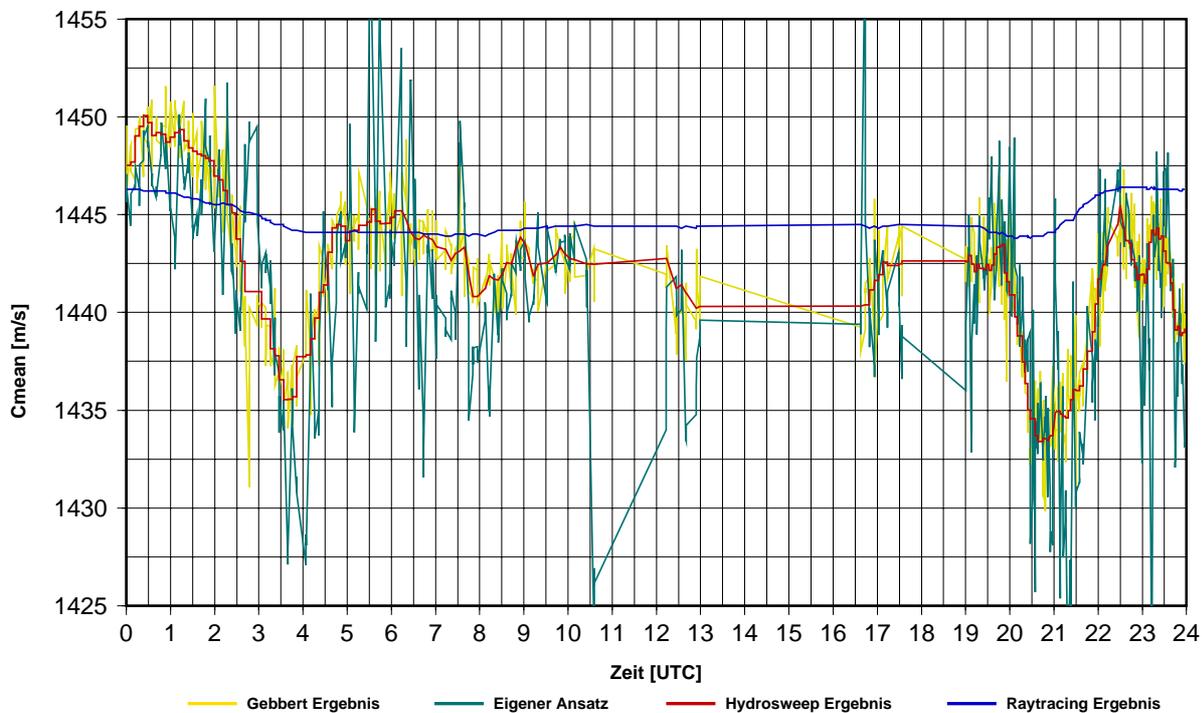


Abb. 6.9:  $c_{mean}$ -Verläufe für den 13.01.2002

Für eine Interpretation ist es wichtig zu wissen, dass die CTD gegen 13:30 Uhr

gefahren wurde. Das bedeutet, dass um diese Zeit die ermittelten Werte in der Region des Ergebnisses des Raytracings durch das CTD-Profil liegen sollten. Allerdings fällt auf, dass in diesem Zeitraum sehr gerade Verläufe vorliegen, was in diesem Fall gleichbedeutend mit nicht vorhandenen Messungen ist (die Linien zwischen 10:30 und 12:00 Uhr, 13:00 und 16:40 Uhr sowie 17:30 und 19:00 Uhr verbinden nur Messungen zu diesen Zeitpunkten). Das liegt daran, dass während Stationen, bei denen sich das Schiff nicht fortbewegt, da es die entsprechende wissenschaftliche Anwendung zu diesem Zeitpunkt so verlangt, die HYDROSWEEP-Anlage auf Standby gestellt wird, und keine Messungen durchgeführt werden. Es ist in dieser Abbildung dennoch zu erkennen, dass die Messungen generell zu tief liegen, also die Schallgeschwindigkeit als zu langsam bestimmt wurde, was den Vergleich mit dem Raytracing Ergebnis betrifft. Eine sinnvolle Begründung dafür konnte leider nicht gefunden werden, zumal es auch am zweiten ausgewerteten Messtag besser war (siehe Abb.6.10). Die Kurven in den Verläufen erklären sich mit sich änderender Tiefe zu Beginn und Ende des Messtages und sich dementsprechend änderender Wassersäule. Dies fällt vor allem beim Raytracingergebnis auf, da dort eine Wassersäule (die der CTD) als fest angenommen wird, und somit die mittlere Wasserschallgeschwindigkeit nur von der Tiefe des Eindringens in diese Wassersäule abhängig ist. Die stärkeren Variationen in den weiteren Ergebnissen lassen sich damit begründen, dass durch die fortlaufenden Kalibriermessungen auch lokale Variationen in der Wassersäule mit erfasst werden. Genau dies ist auch der Sinn der Kreuzfächerkalibrierung.

Eine Analyse der Daten zwischen 4:00 und 20:00, der Zeitraum, über den die Tiefe weitestgehend konstant blieb, liefert folgende Differenzen zwischen den einzelnen ermittelten Werten gegenüber dem CTD-Raytracing-Ergebnis:

	HYDROSWEEP	Gebbert	Eigener Ansatz
Minimum	$-1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$-4.7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$-48.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Maximum	$6.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$9.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$36.7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Durchschnitt	$1.6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$1.6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$6.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

**Tab. 6.2:** Differenzen: Raytracing- $c_{mean}$  vs. Kreuzfächerkalibrierung 13.01.2002

Es ist an diesen Werten zu erkennen, dass im Vergleich zu den mit der CTD-Messung bestimmten mittleren Wasserschallgeschwindigkeit das Verfahren nach Gebbert und das Verfahren nach Atlas Hydrographics sich ähnelnde Ergebnisse liefern, wohingegen der eigene Ansatz schlechtere Ergebnisse bereitstellt. Bei dem Verfahren nach Atlas Hydrographics steht jedoch immer zu bedenken, dass nicht alle Messungen verwertet werden, da manche auch systemseitig verworfen werden, wodurch sich die

geringere Streuung der HYDROSWEEP-Differenzen erklären läßt. Bei dem Verfahren nach Gebbert werden mehr Messungen verwendet, lediglich größte Ausreißer, die sich auf grobe Fehlmessungen zurückführen ließen und auch nicht durch Data Snooping zu korrigieren waren, wurden entfernt. Eine vergleichende Aussage, wieviel Messungen jeweils verwendet wurden ist nicht möglich, da von Seiten HYDROSWEEPs kein Vermerk in den Systemdateien zu finden ist, welche Messung verwendet wurde und welche nicht.

Ein entsprechendes Verwerfungskriterium ist in der Ausgleichung nicht enthalten, und möglicher Gegenstand zukünftiger Untersuchungen, sollte der Ansatz nach Gebbert weiter verwendet werden. Vorstellbar wäre eine Art durchschnittliche Verbesserung der verbliebenen Punkte in der Ausgleichung, und ein Schwellwert, den diese nicht überschreiten dürfte. Daher werden auch die Summe der Verbesserungsquadrate und die Anzahl der verbliebenen Punkte mit dem Ergebnis für  $c_{mean}$  ausgegeben. Genauere Untersuchungen dahingehend konnten in dieser Diplomarbeit nicht durchgeführt werden.

Dennoch können weitere Erkenntnisse gewonnen werden. Trotz des vergleichsweise ebenen Meeresbodens, der an diesem Tag vorlag, weist das Ergebnis des eigenen Ansatzes starkes Rauschen auf. Dies wird vor allem darauf zurückgeführt, dass bei der Ermittlung der Ausgleichsgeraden nicht überprüft werden kann, ob einzelne Punkte des Referenzprofils in Zusammenhang mit den entsprechenden Punkten des Kalibrierprofils Widersprüche ergeben, die vielleicht durch fehlerhafte Referenzprofilpunkte verursacht werden. Zwar wird auch bei der Regression ein klassisches Data Snooping, wie in Kap. 2.4.4 beschrieben, durchgeführt, allerdings wurde schon gezeigt, dass zum Beispiel systematische Fehler auch das Data Snooping außer Kraft setzen können.

Des Weiteren ist festzustellen, dass das Ergebnis der Ausgleichung nach Gebbert um das Ergebnis des HYDROSWEEP-Verfahrens rauscht. Dies zeigt sich auch im Vergleich der Ergebnisse, wiederum in Form der Differenzen, die für den gesamten Messtag in Klassen mit einer jeweiligen Breite von  $2\frac{m}{s}$  eingeteilt wurden. Es ergab sich die in Tab. 6.5.1 dargestellte Verteilung.

Der Mittelwert des Rauschens lag bei  $0.0\frac{m}{s}$ , was bedeutet, dass im Mittel das Verfahren nach Gebbert und die HYDROSWEEP-Messungen die selben Ergebnisse liefern. Die Verteilung des Rauschens ähnelt einer Normalverteilung, so dass die Annahme gleicher Ergebnisse der Verfahren unterstützt wird. Letztendlich war dies auch zu erwarten, da es sich ja messtechnisch um den gleichen Vorgang handelt, und sich lediglich die Berechnungswege geringfügig unterscheiden, aber auch auf gleichen Formeln beruhen.

Das Rauschen im Vergleich zum HYDROSWEEP-Ergebnis erklärt sich durch

Klasse	Anzahl der Werte
$-10\frac{m}{s}$ bis $-8\frac{m}{s}$	1
$-8\frac{m}{s}$ bis $-6\frac{m}{s}$	1
$-6\frac{m}{s}$ bis $-4\frac{m}{s}$	6
$-4\frac{m}{s}$ bis $-2\frac{m}{s}$	48
$-2\frac{m}{s}$ bis $0\frac{m}{s}$	322
$0\frac{m}{s}$ bis $2\frac{m}{s}$	338
$2\frac{m}{s}$ bis $4\frac{m}{s}$	45
$4\frac{m}{s}$ bis $6\frac{m}{s}$	8

**Tab. 6.3:** Differenzenverteilung: HYDROSWEEP vs. Gebbert 13.01.2002

die Filterung (Mittelwertfilter) über die letzten zehn akzeptierten Werte seitens HYDROSWEEP, was den Verlauf dieser Werte sehr stark beruhigt. Genau dies war auch nach Aussagen von Atlas Hydrographics der Sinn, die Filterung einzuführen: „Ein beruhigter Wert sorgt dafür, dass der Operateur mit der Frage verwirrt wird, welchen Wert er benutzen soll“ (aus einem Gespräch mit Mitarbeitern der Firma Atlas Hydrographics, 2002), liegt das Rauschen doch im Bereich von bis zu einigen  $\frac{m}{s}$ . Das Rauschen an sich ist auf die Messgenauigkeit zurückzuführen. Die Wassersäule selbst sollte zumindest im Bereich der vier durchgeführten Messungen einer Kalibriergruppe, aber auch in einem Bereich von mehreren Kilometern stabil in den physikalischen Eigenschaften sein, da beide untersuchten Messtage nicht in einem der bekannten Frontgebiete lagen, in denen sich die Wasserschichten lokal sehr stark ändern. Somit wäre eine Filterung gerechtfertigt, wenn auch nicht notwendig. Allerdings ist nicht klar, warum nicht dennoch zumindest eine Gewichtung nach der Entfernung zu den jeweiligen Kalibrierorten durchgeführt wird.

Einzelne Ausreißer sind in den Werten noch zu erkennen, die sich bei Betrachtung der entsprechenden Profile nicht auf unentdeckten groben Fehlern zurückführen ließen. Vielmehr wird davon ausgegangen, dass dies Effekte des engen Data Snoopings sind, da sie bei anderen maximal zulässigen normierten Verbesserungen für das Data Snooping nicht, bzw. an anderer Stelle, auftreten. Dies ist auch der Grund, warum kein optimaler Wert für das Data Snooping angegeben werden konnte, da er durchaus zwischen den entsprechenden Messzeitpunkten differiert.

Als nächstes Beispiel folgt der Ergebnisplot für den 25.12.2001, der in Abb. 6.10 zu sehen ist. An diesem Tag lag eine starke Topographie (Rinnensystem) in der Tiefsee (2500-3000m) vor, weswegen dieser Tag auch ausgewählt wurde, um einen Extremfall gegenüber den Gegebenheiten des 13.01.2002 zu untersuchen.

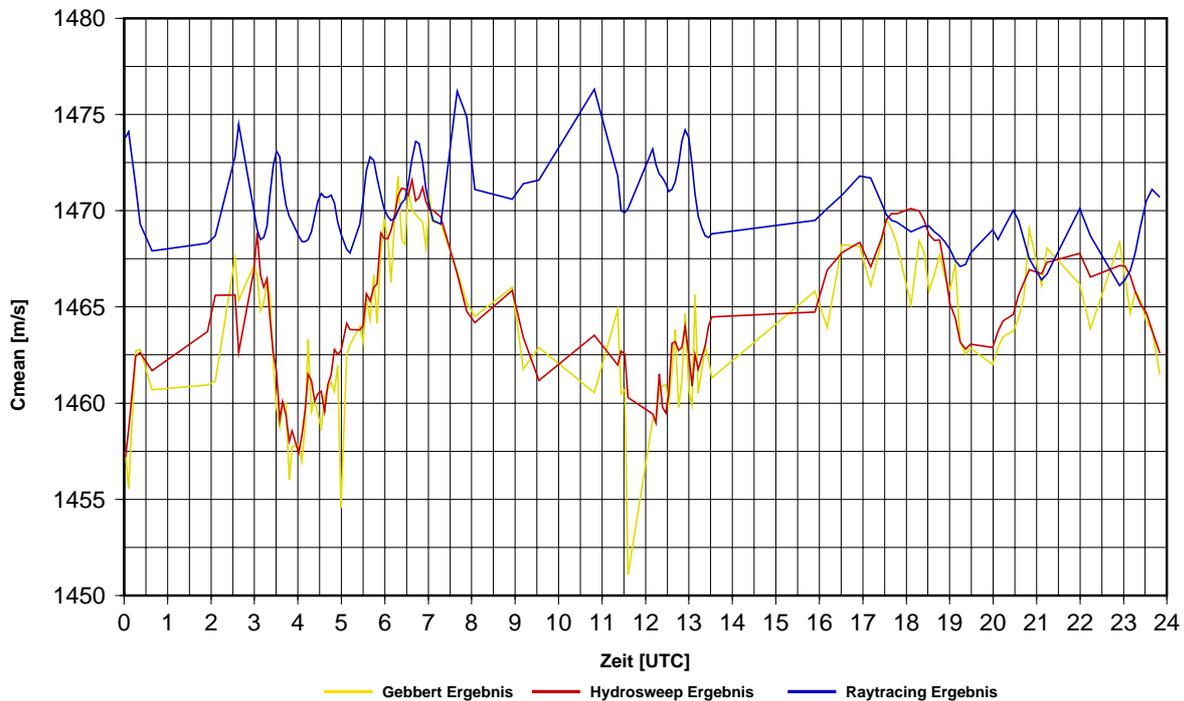


Abb. 6.10:  $c_{mean}$ -Verläufe für den 25.12.2001

Hier wurde aufgrund des noch stärkeren Rauschens des Ergebnisses des eigenen Ausgleichungsansatzes, wie es in Tab. 6.4 beschrieben ist, der Graph für diesen Wert nicht mehr mit abgebildet, um die verbleibenden Datensätze besser analysieren zu können. Der Grund des stärkeren Rauschens des eigenen Ausgleichungsansatzes liegt in der wesentlich ausgeprägteren Meeresbodentopographie an diesem Messtag, die sich nicht durch eine Ausgleichsgerade annähern lässt. Dieses starke Rauschen war auch das erwartete Ergebnis für den eigenen Ansatz. Die Standbyzeiten der HYDROSWEEP-Anlage fallen in dieser Abbildung auf den Zeitraum zwischen 13:30 und 15:50 Uhr.

Die CTD-Sonde wurde an diesem Tag gegen 15:30 Uhr gefahren. Man sieht erneut, dass unmittelbar nach dem Zeitpunkt der CTD-Messung sowohl die Ergebnisse der Ausgleichung, als auch die Ergebnisse nach HYDROSWEEP etwas zu tief, also zu langsam lagen. Allerdings kommt es kurze Zeit nach der Messung der CTD-Sonde dann doch zu einer Übereinstimmung der Werte.

Es ergaben sich für diesen Messtag folgende Differenzen zur CTD-Messung:

Die Differenzen zwischen HYDROSWEEP und dem Verfahren nach Gebbert stellen sich wie folgt dar:

Man erkennt wiederum, daß sich im Vergleich zur CTD-Messung keine großen Unterschiede zwischen HYDROSWEEP und dem Verfahren nach Gebbert finden. Wesent-

	HYDROSWEEP	Gebbert	Eigener Ansatz
Minimum	$-1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$-2.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$-118.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Maximum	$15.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$19.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$217.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Durchschnitt	$5.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$6.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$10.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

**Tab. 6.4:** Differenzen: Raytracing- $c_{mean}$  vs. Kreuzfächerkalibrierung 25.12.2001

Klasse	Anzahl der Werte
weniger als $-8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	2
$-8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ bis $-6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	0
$-6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ bis $-4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	2
$-4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ bis $-2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	17
$-2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ bis $0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	69
$0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ bis $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	35
$2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ bis $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	5
$4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und mehr	0

**Tab. 6.5:** Differenzenverteilung: HYDROSWEEP vs. Gebbert 25.12.2001

lich schlechter stellt sich der eigene Ansatz dar. Die Tatsache, dass sowohl das Verfahren nach Gebbert als auch die HYDROSWEEP-Berechnungen eine durchschnittliche Differenz zum Raytracingergebnis aufweisen, die deutlich verschieden von 0 ist, ist an diesem Messtag auf die lokalen Variationen der Wassersäule aufgrund des Rinnensystems zurückzuführen. Für den Vergleich zwischen HYDROSWEEP und dem Verfahren nach Gebbert ergibt sich das gleiche Bild wie für den 13.01.2002.

### 6.5.2 Genauigkeitsbetrachtung für $c_{mean}$

Die Standardabweichungen für  $c_{mean}$  müssen getrennt betrachtet werden. Zunächst liefert der Vergleich der Standardabweichungen für  $c_{mean}$  nach HYDROSWEEP die mittels des alternativen Verfahrens berechnet wurden, mit den Standardabweichungen nach dem eigentlichen Verfahren nach Gebbert Ergebnisse, wie sie in Abb. 6.11 dargestellt sind.

In den Abbildungen 6.11, 6.12 und 6.13 beziehen sich die durchgezogenen Linien auf die linke Skala, die gestrichelten Linien auf die rechte Skala. Deutlich zu erkennen ist die hohe Ausdünnungsrate des Verfahrens nach Gebbert, und auch die geringe Ausdünnungsrate des eigenen Ausgleichsansatzes. Darauf lässt sich auch wiederum

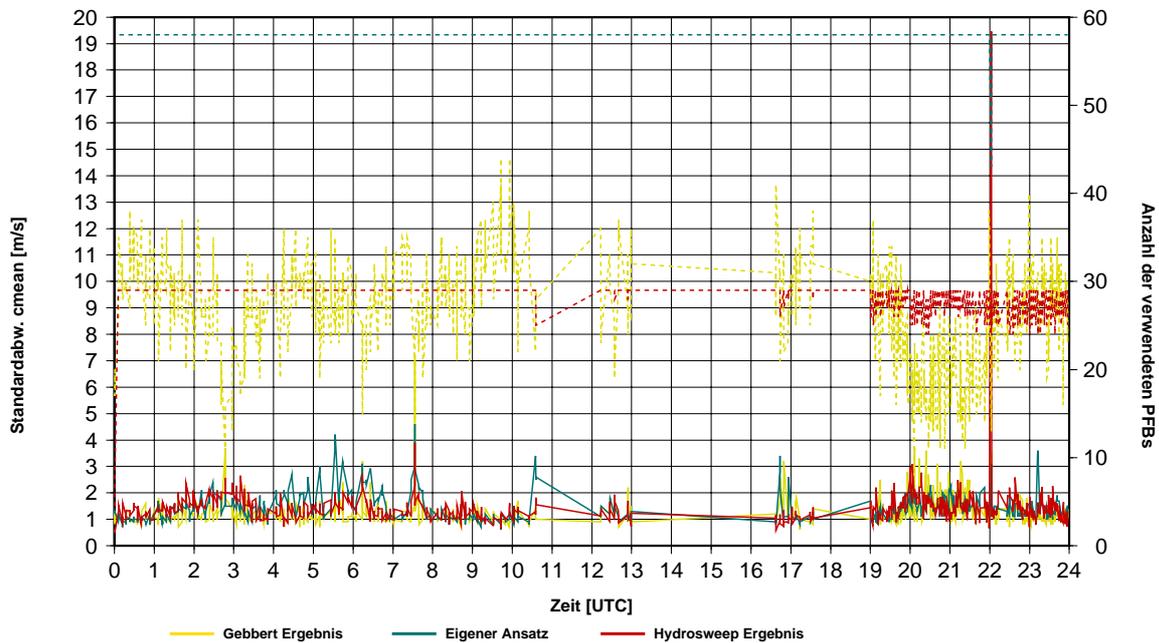


Abb. 6.11: Erster Vergleich der Standardabweichungen der  $c_{mean}$  des 13.01.2002

das Rauschen des eigenen Ausgleichungsansatzes zurückführen, da somit nicht ausreichend fehlerhafte Messungen verworfen werden, die ein Rauschen verursachen können. Des Weiteren werden im Falle des Data Snoopings vor der Ausgleichung bei dem Verfahren nach Gebbert zahlreiche Beobachtungen verworfen, so dass in etwa die gleiche Anzahl an Beobachtungen verwendet wird, wie beim Ansatz nach Atlas Hydrographics. Es zeigt sich zudem, dass sich das HYDROSWEEP Verfahren und das Verfahren nach Gebbert kaum unterscheiden, während der eigene Ausgleichungsansatz in Teilen des Tagesverlaufs geringfügig schlechtere Werte liefert.

Anders sieht es beim Messtag 25.12.2001 aus, der in Abb. 6.12 beschrieben ist.

Hier fällt der Einfluss der Topographie auf den eigenen Ausgleichungsansatz durch höhere Standardabweichung und durch weniger verwendete Beams auf. Zudem erzielt die Ausgleichung nach Gebbert in der Regel bessere Ergebnisse als das HYDROSWEEP-Verfahren.

Zusätzlich sollte aber bei diesen Vergleichen bedacht werden, dass die unterschiedlichen Ergebnisse mit unterschiedlichen Verfahren erzielt wurden. Was das im Vergleich der Verfahren nach HYDROSWEEP und nach Gebbert ausmacht, wurde anhand der Daten des Messtages 13.01.2002 untersucht. Dazu wurde das alternative Verfahren nach Gebbert sowohl für 29 PFBS (wie bei HYDROSWEEP) als auch für 59 PFBS angewandt. Dies führte zu folgenden Ergebnissen wie sie in Abb. 6.13 zu sehen sind.

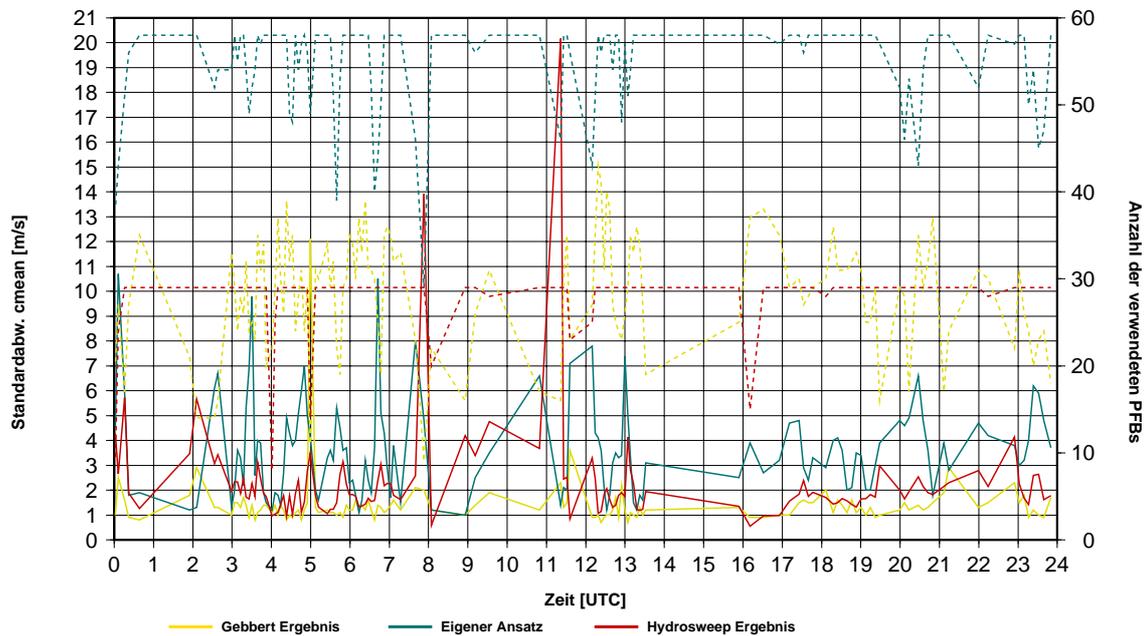
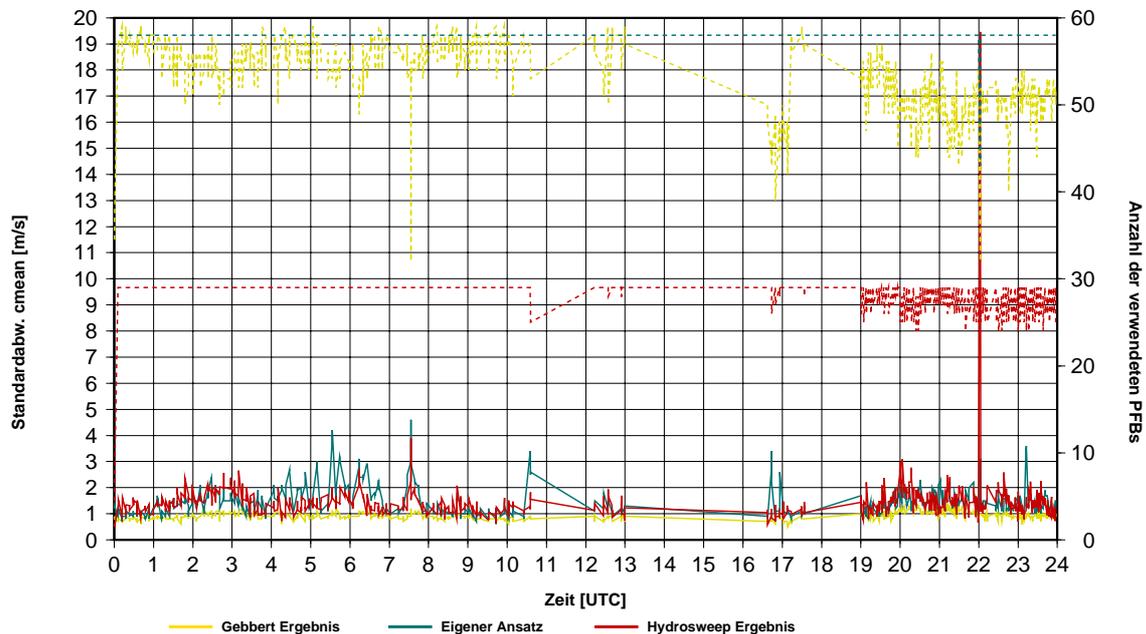


Abb. 6.12: Erster Vergleich der Standardabweichungen der  $c_{mean}$  des 25.12.2001

Es ist deutlich zu sehen, dass die Ausdünnungsrate jetzt wesentlich geringer als bei dem eigentlichen Verfahren nach Gebbert ist. Ebenso deutlich ist auch ein Genauigkeitsgewinn, wenn 59 PFBs statt 29 PFBs in diesem Ansatz verwendet werden. Die Tatsache, dass dieser Ansatz somit Ergebnisse mit einer besseren Standardabweichung als der eigentliche Ansatz nach Gebbert liefert, lässt sich ebenfalls auf die geringere Ausdünnungsrate zurückführen, da mit jedem nicht verwendeten Beam eine Beobachtungsgleichung verloren geht. Dennoch muss bedacht werden, dass der alternative Ansatz als nicht vollständig modelliert gelten muss, wie es in Kap. 4 beschrieben ist. Dies bedeutet, dass in der Theorie die Ergebnisse nicht so zuverlässig sind, wie die des eigentlichen Ansatzes. Die Tatsache, dass er dennoch so plausible Ergebnisse liefert, konnte im Rahmen dieser Diplomarbeit nicht weiter untersucht und begründet werden.

Es zeigt aber auch, dass das Data Snooping, bzw. die Standardabweichung der Laufzeitmessungen, noch besser ausgearbeitet werden müssen, um zu weniger Ausdünnung zu gelangen. Dies macht jedoch erst Sinn, wenn die systematischen Fehler beseitigt wurden.

Kurz vor Beendigung dieser Diplomarbeit ist eine noch nicht veröffentlichte Produktbeschreibung für das Nachfolgemodell Atlas HYDROSWEEP DS-3 im AWI eingegangen. In dieser wird beschrieben, dass die erreichbare Standardabweichung für  $c_{mean}$  nach der Methode der Kreuzfächerkalibrierung, wie Atlas Hydrographics sie anwendet,



**Abb. 6.13:** Zweiter Vergleich der Standardabweichungen der  $c_{mean}$  des 13.01.2002

bei  $\pm 0.5\%$  des ermittelten Wertes liegt. Da auch beschrieben ist, dass die Methode für das DS-3 unverändert vom DS-2 übernommen wird, kann die Genauigkeitsangabe auch für die Betrachtungen in dieser Diplomarbeit verwendet werden. Daraus ergibt sich folgendes Bild am Beispiel der Daten des 13.01.2002:

Die mittlere Wasserschallgeschwindigkeit lag bei durchschnittlich  $1445 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Daraus ergibt sich eine durchschnittliche Standardabweichung für HYDROSWEEP von  $\pm 7.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Der Wert liegt deutlich höher (bis zum siebenfachen) als die an diesem Tag mit beiden Verfahren nach Gebbert ermittelten Standardabweichungen. Somit kann der Einsatz einer Ausgleichung, selbst bei Verwendung von nur 29 PFBs als Genauigkeitsgewinn betrachtet werden.

Am Ende dieses Kapitels ist also die Auswirkung der Ausgleichung auf die Unbekannte  $c_{mean}$  eingehend betrachtet und dokumentiert worden. Wie sich der Ausgleichungsansatz auf die Beobachtung  $c_{keel}$  auswirkt, wird im nächsten Kapitel behandelt.

# Kapitel 7

## Wasserschallgeschwindigkeit am Wandler $c_{keel}$

Während der Fahrt ANT XIX/1 traten erstmals Anzeichen für eine Fehlfunktion der  $c_{keel}$ -Sonde auf. Diese zeigten sich darin, dass mitunter für mehrere Stunden die Werte um bis zu  $10\frac{m}{s}$  von den Werten des Thermosalinometers abwichen, wie es in Abb. 7.3 anhand der blauen und roten Linie zu erkennen ist. Um Abweichungen der Thermosalinometerdaten für dieses Phänomen auszuschliessen, wurden CTD- und XBT-Daten herangezogen, die entsprechende Werte (Temperatur und Salzgehalt aus den CTD-Messungen bzw. Temperatur aus den XBT-Messungen) aufwiesen wie das Thermosalinometer. Zudem wird das Thermosalinometer täglich kalibriert.

Nach Abschluss der Expedition ANT XIX wurde die  $c_{keel}$ -Sonde ausgetauscht, um diesen Fehler zu beheben. Jedoch wurde im Rahmen der Aufgabenstellung dieser Arbeit die Frage gestellt, ob die Ausglei chung dazu beitragen könne, die Werte für  $c_{keel}$  zu korrigieren, um die gemessenen bathymetrischen Daten entsprechend zu korrigieren, da im Rahmen der Ausglei chung Verbesserungen für die Beobachtungen, wie  $c_{keel}$  eine ist, berechnet und an die Beobachtungen angebracht werden.

Generell ist festzustellen, dass der exakte Wert von  $c_{keel}$  für jedes Messereignis nicht zu bestimmen ist, da lediglich Kalibrierereignisse ausgeglichen werden können. Jedoch könnte gegebenenfalls so unabhängig vom Thermosalinometer, also unabhängig von externen Daten, das generelle Verhalten der  $c_{keel}$ -Sonde beobachtet werden und entsprechend die Messereignisse zumindest um diesen Trend korrigiert werden.

## 7.1 Untersuchungen der Ergebnisse für $c_{keel}$

Die in diesem Abschnitt zu untersuchenden Ergebnisse für  $c_{keel}$  sind der Ausgleichung nach dem Verfahren nach Gebbert entnommen. Der eigene Ansatz wurde hier nicht mehr verwendet, da er bereits im vorigen Kapitel Schwächen aufwies, und so der Ansatz nach Gebbert als der bessere Ansatz bestimmt wurde.

Während der beiden in dieser Arbeit verwendeten Messtage, sowie an allen weiteren Tagen, an denen CTDs gefahren wurden, trat solch eine große Abweichung von bis zu  $10 \frac{m}{s}$  zwischen den von HYDROSWEEP bestimmten Werten für  $c_{keel}$  und den aus den Thermosalinometermessungen bestimmten Werten nicht auf. Die Ergebnisse sind recht gut (siehe nachfolgende Abbildungen 7.1 und 7.2), aber noch nicht sehr aussagekräftig.

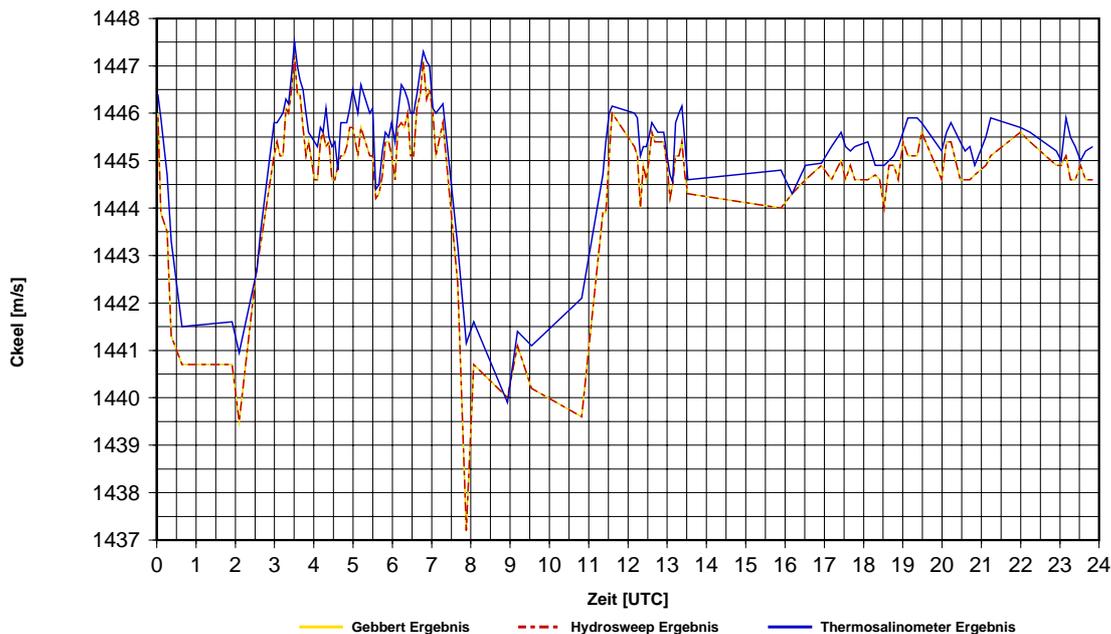


Abb. 7.1:  $c_{keel}$ -Verläufe für den 25.12.2001

Es ist deutlich zu erkennen, dass die  $c_{keel}$ -Verläufe von HYDROSWEEP mit denen der Ausgleichung identisch sind. Allerdings liegt das Ergebnis des Thermosalinometers bei einer ermittelten Standardabweichung für  $c_{keel}$  von  $\pm 1 - 2 \frac{m}{s}$  der ausgeglichenen  $c_{keel}$ -Messungen für alle diese  $c_{keel}$ -Messungen im Konfidenzbereich einer  $3\sigma$  Umgebung.

Um festzustellen, ob dies nur ein Zufall war, oder ob der Algorithmus für  $c_{keel}$  einsetzbar ist, wurden Daten einer Messeinheit (in der Regel acht Stunden) der Reise ANT XIX/1 mit bekannt schlechten  $c_{keel}$  prozessiert. Hierbei wurde von vornherein

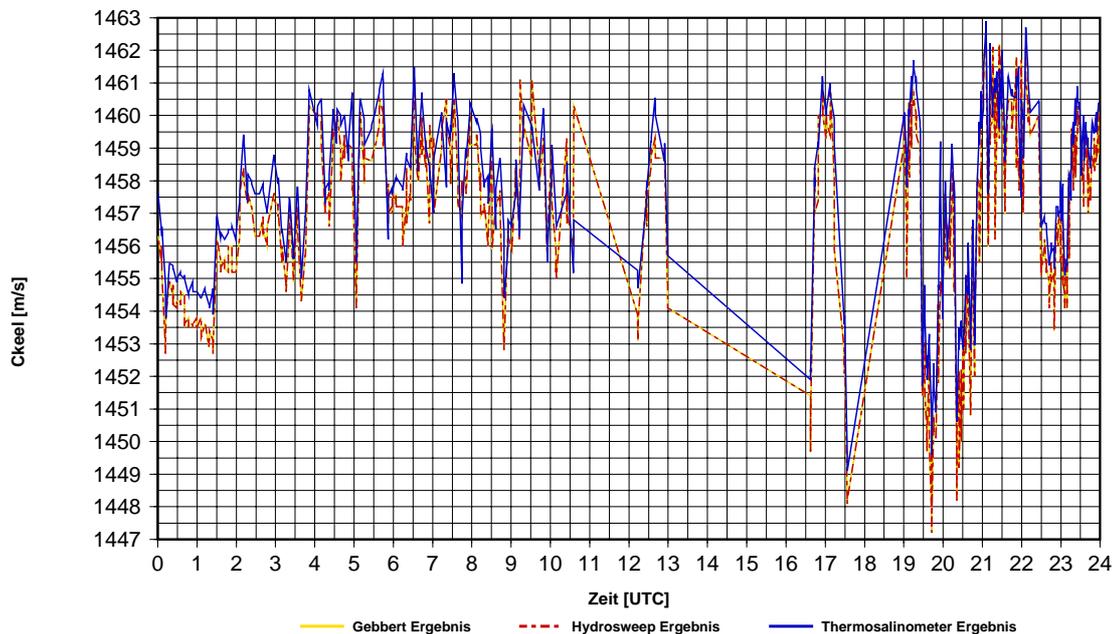


Abb. 7.2:  $c_{keel}$ -Verläufe für den 13.01.2002

auch die Standardabweichung für  $c_{keel}$  in der Ausgleichung auf einen Wert von  $\pm 10 \frac{m}{s}$  gesetzt. Es ergaben sich die Verläufe für  $c_{keel}$ , die in Abb. 7.3 zu sehen sind.

Dabei ist ein stärkeres Rauschen der  $c_{keel}$ -Verläufe als bei den anderen beiden verwendeten Messtagen festzustellen, das sich jedoch relativ zu den Thermosalinometermessungen eher noch verschlechtert. Die mittlere Wasserschallgeschwindigkeit  $c_{mean}$  weist zugleich nur ein etwas stärkeres Rauschen auf, bleibt aber im Bereich um den von HYDROSWEEP bestimmten Wert für  $c_{mean}$ . Es ist festzustellen, dass dieser Ansatz nicht geeignet ist, um ein falsch gemessenes  $c_{keel}$  vollständig auszugleichen.

## 7.2 Auswirkungen

Die Frage, die sich damit stellt ist, in wie weit sich solch ein falscher Wert für  $c_{keel}$  auf die Messungen auswirkt. Generell wirkt  $c_{keel}$  ähnlich wie  $c_{mean}$  in der Form, dass die typischen Refraktionsdeformationen („Smilies“ und „Frownies“) entstehen. Diesem kann jedoch durch ein verändertes  $c_{mean}$  entgegengewirkt werden. Empirische Versuche dazu haben gezeigt, dass ein falsches  $c_{keel}$  ein ebenso falsches  $c_{mean}$  hervorruft, wodurch im wesentlichen das korrekte Verhältnis der beiden Schallgeschwindigkeiten wiederhergestellt wurde. Anhand des künstlichen Horizonts aus den, im Vorhergehenden erwähnten, simulierten Beobachtungen ergab sich, dass eine Veränderung von  $c_{keel}$  um 0.7%

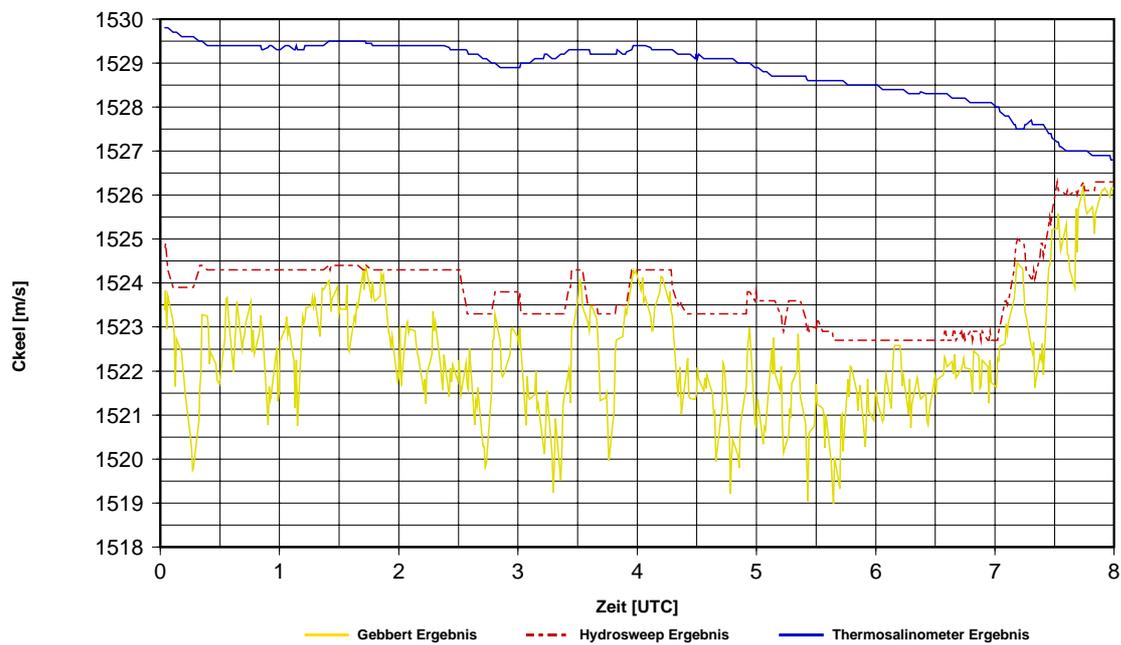


Abb. 7.3:  $c_{keel}$ -Verläufe für den 25.11.2001

(wie sie an den Messtagen mit den größten dauerhaften Abweichungen vorlag), eine Veränderung von  $c_{mean}$  in der selben Größenordnung hervor rief. Dieser Fehler wiederum pflanzt sich analog auf die Tiefen fort, so dass der resultierende Fehler innerhalb der von HYDROSWEEP angegebenen Messgenauigkeit bleibt.

Bathymetrisch gesehen ist dieser Genauigkeitsverlust vertretbar, zumal die falschen mittleren Wasserschallgeschwindigkeiten bei der üblichen  $1500 \frac{m}{s}$ -Reduktion, die zur Überführung der Werte in internationale Datensammlungen notwendig ist, den Fehler in den abgeleiteten Tiefen massstäblich korrigieren. Lediglich der Einfluss auf die Ablage bleibt erhalten.

Für die exakte Bestimmung von  $c_{mean}$  ist der Genauigkeitsverlust jedoch schädlich, so dass der Austausch der  $c_{keel}$ -Sonde auf PFS „Polarstern“ dringend erforderlich war.

# Kapitel 8

## Schlussfolgerung und Ausblick

### 8.1 Ergebnisse

Nach Durchführung der Entwicklungs- und Untersuchungsarbeiten bleibt folgendes festzustellen:

Der Einsatz eines Ausgleichsalgorithmus bewirkt eine Genauigkeitssteigerung der Bestimmung der mittleren Wasserschallgeschwindigkeit  $c_{mean}$  bis zum siebenfachen. Dies ist unabhängig davon, ob wie bisher 29 PFBs oder 59 PFBs in die Ausgleichung einfließen. Die Frage nach der Anzahl der zu verwendenden Beams stellt sich vor allem beim Einsatz in der Echtzeitprozessierung, da 29 PFBs wesentlich schneller (und ortsnäher) zu einer Lösung führen, wobei Ortsnähe nur ein Argument ist, wenn nicht der aktuellen Wert mittels alter Werter zwecks Beruhigung des Verlaufs gemittelt wird. Für 59 PFBs müsste die doppelte Strecke mit Messprofilen abgefahren werden, um ein Referenzprofil zu erhalten. Damit wäre man schon weiter vom eigentlichen Kalibrierort entfernt, aber auch hier ist die Lösung immernoch ortsnäher als die alten Werte im Falle einer Mittelwertbildung. Letztendlich hat es sich gezeigt, dass mehr Beobachtungen eine höhere Genauigkeit bedeuten, so dass 59 Beams die zu empfehlende Variante darstellen.

Als bessere Lösung der beiden vorgestellten Ausgleichungsansätze, da sie den Meeresboden besser annähert, hat sich der Ansatz nach Gebbert erwiesen.

Die absolute Bestimmung von  $c_{mean}$  steht und fällt allerdings bei beiden Verfahren, also der Ausgleichung für  $c_{mean}$  und dem Verfahren nach Atlas Hydrographics, mit der Bestimmung von  $c_{keel}$ , da dieses zwar einen großen Einfluss besitzt, aber in den Ausgleichungsansätzen nicht vollständig mit ausgeglichen wird, wenn es falsch gemessen wurde. In diesem Zusammenhang wäre auch eine höhere Genauigkeit der Laufzeitmes-

sung durch entsprechende Messverfahren wünschenswert, da die Bestimmung von  $c_{mean}$  eindeutig verbessert werden würde.

Eine Weiterentwicklung gegenüber dem bestehenden Ansatz nach Gebbert und dem Verfahren nach Atlas Hydrographics ist das Data-Snooping. Es ist aufgrund der gegebenen Umstände von systematischen Fehlern noch nicht optimiert. Die endgültige Optimierung kann erst nach Beseitigung systematischer Laufzeitmessfehler seitens Atlas Hydrographics geschehen. Bis dahin ist beim Einsatz des Data Snoopings, insbesondere, da es vor der Ausgleichung geschieht, eine besondere Aufmerksamkeit gefordert. Zwar haben sich für die beiden hauptsächlich bearbeiteten Messtage bestimmte Werte bewährt, allerdings können sich diese an anderen Tagen als nicht zweckmäßig erweisen. Dies hat sich schon darin gezeigt, dass einzelne Ausreißer bei diesen beiden Tagen je nach Data Snooping Faktor auftraten oder nicht. Dabei galt nicht immer, dass ein schärferes Data Snooping unbedingt zu den besseren Werten führte. Dies liegt auch daran, dass das Data Snooping vor der Ausgleichung nicht der reguläre Weg ist. Alternativ wäre bis zur Beseitigung des systematischen Fehlers nur vorzuschlagen, auf das Data Snooping komplett zu verzichten, und später wieder zur Variante des Data Snoopings nach der Ausgleichung zurückzukehren.

## 8.2 Ausblick

Zum Abschluss der Arbeit sollen noch Möglichkeiten aufgezeigt werden, wie die Kreuzfächerkalibrierung abseits des Einsatzes eines Ausgleichungsalgorithmus verbessert werden kann, bzw. wie zukünftige Methoden der Bestimmung einer mittleren Wasserschallgeschwindigkeit  $c_{mean}$  aussehen könnten.

### 8.2.1 Phasenverfahren

Wie in Kapitel 2 beschrieben, besitzt die Laufzeitermittlung nach dem Amplitudenverfahren für die äußeren Beams Nachteile, da sie mit immer weiter außen liegenden Beams zunehmend ungenauer wird. Ein Verfahren, das diesem Problem abhilft, das bereits in anderen Fächerecholoten installiert ist und dort zu Qualitätsverbesserungen der Laufzeitmessung geführt hat, ist das sogenannte Phasenverfahren, bei dem die Phase des zurückkommenden Signals analysiert wird. Eine Implementierung dieser Lösung in das HYDROSWEEP-System würde somit eine Steigerung der Genauigkeit der Laufzeitmessung, und in deren Folge auch eine Verbesserung eines jeden Algorithmus zur Bestimmung der mittleren Wasserschallgeschwindigkeit mit sich führen.

## 8.2.2 Interaktivität

Bei der bisherigen Nutzung des HYDROSWEEP DS-2-Systems ist der Operateur von der Entscheidung über die Annahme oder Verwerfung eines Wertes für  $c_{mean}$  völlig ausgeschlossen. Zudem werden ihm auch keine Hinweise auf die Qualität der Ermittlung des aktuellen Wertes gegeben. Eine Verbesserung wäre dadurch möglich, dass dem Operateur Qualitätsmerkmale angezeigt werden, z.B. für wieviele Kalibrier-PFBs nach der Ausgleichung der neue Tiefenwert dem Eichprofilwert innerhalb einer gewissen Toleranz entspricht, oder wie Kalibrierprofil und Eichprofil aussehen. Dann könnte der Operateur entscheiden, ob er den neuen Wert für sinnvoll hält oder nicht. Dies ist insbesondere ein Bonus, wenn man sieht, welche Variationen durch systematische Fehler oder auch unterschiedliche Wahl der Data Snooping Faktoren entstehen.

Ein weiterer Schritt zu mehr Interaktivität könnte dem Operateur auch die Möglichkeit der Einflussnahme geben, welche PFBs zur Bestimmung der mittleren Wasserschallgeschwindigkeit herangezogen werden. Basieren kann diese Entscheidung z.B. wieder auf einer Anzeige, die Kalibrierprofil und Eichprofil gemeinschaftlich darstellt.

Die Interaktivität würde somit das Data Snooping ablösen, allerdings auch den bisherigen Automatismus der Wasserschallbestimmung.

## 8.2.3 Kalibrierung ohne Kreuzfächer

Eine Kreuzfächerkalibrierung ist nur möglich, wenn durch die Verschwenkung der Sende- und der Empfangsebene eine Überlagerung des Kalibrierprofils mit dem Nadirbeamprofil erreicht wird. Bei dem bisher am häufigsten verwendeten Fächerecholataufbau, welcher Sende- und Empfangseinheiten in einer Ebene parallel zum lokalen Horizont hat, ist dies möglich. Neuere Systeme haben jedoch Sende- und Empfangseinheiten, die nicht mehr in einer horizontparallelen Ebene liegen. Diese Geräte besitzen bestimmte Vorteile, vor allem in erreichbarer Fächerbreite und Auflösung der Reflektionspunkte, aber sie haben den Nachteil, dass das Kalibrierprofil ebenso schräg abgestrahlt wird, und sich somit nicht mehr mit dem Nadirprofil deckt. Eine Kreuzfächerkalibrierung ist somit nicht mehr möglich.

Wohl nicht zuletzt aus diesem Grund wird zur Zeit bei Atlas Hydrographics ein neuer Ansatz entwickelt, der ohne das Kalibrierprofil und somit ohne Kreuzfächer auskommt. Die Idee ist dabei, dass der Meeresboden im wesentlichen als eben angenommen wird, wenn auch ggf. geneigt. Diese Annahme liegt auch dem Ansatz in Kapitel 5 zugrunde.

Daher wurde der eigene Ansatz auch trotz der erwarteten Probleme dargestellt, und im Rahmen der Auswertung betrachtet.

Der Vorteil einer Entwicklung des neuen Verfahrens wäre, dass man für jeden Messfächer eine eigene mittlere Schallgeschwindigkeit berechnen könnte, was bisher noch völlig utopisch war.

Der offensichtliche Nachteil ist, dass ein ebener Meeresboden häufig nicht der Realität entspricht, so dass ein Großteil der Lösungen zu verwerfen wäre und wieder auf zeit- und kostenaufwendige CTD-Messungen zurückgegriffen werden müsste.

# Literaturverzeichnis

Atlas Hydrographics (1988). *Atlas HYDROSWEEP-DS System Description*.

Barrmeyer, J. (1991). *Überprüfung der Kreuzfächer-Kalibrierung bei der HYDROSWEEP-Fächersonaranlage unter besonderer Berücksichtigung der Tiefsee-Ebene*. Diplomarbeit, Fachhochschule Oldenburg.

Clarke, J. E. H. (2001). Lecture Imaging and Mapping II. University of New Brunswick.

Davies, R. B. (2002). Newmat Matrix Library. <http://www.robertnz.net/index.html>.

de Moustier, C. (2000). Lecture 16 sound refraction in the water column. In *4th Asia Pacific Coastal Multibeam Training Course*.

Dietrich, G., Kalle, K., Siedler, G., und Krauss, W. (1975). *Allgemeine Meereskunde*. Gebrüder Borntraeger, Berlin, 3. Ausgabe.

Fofonoff, N. P. und Millard, R. C. J. (1983). Algorithms for computation of fundamental properties of seawater. In *Technical Papers in Marine Science No. 44*. UNESCO.

Jacobsen, K. (1999). *Benutzerhandbuch für das Programmsystem BLUH*. Institut für Photogrammetrie und GeoInformation, Universität Hannover.

Jacops, M. J. (2002). *Analyses of High Resolution Bathymetric Data in the Eltanin Impact Area*. Diplomarbeit, TU Delft.

Kammerer, E. (2000). *New Method for the Removal of Refraction Artifacts in Multi-beam Echosounder Systems*. Dissertation, University of New Brunswick.

Krocker, R. (2002). Programmierhilfen für Bathymetrie Software. Toolbox der Arbeitsgruppe Bathymetrie am Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung.

Maul, G. A. und Bishop, J. C. (1970). Mean sounding velocity a brief review. *Inter-*

*national Hydrographic Review.*

Medwin, H. und Clay, C. S. (1998). *Fundamentals of Acoustical Oceanography*. Academic Press, Boston u.a.

Merziger, G., Mühlbach, G., Wille, D., und Wirth, T. (1996). *Formeln und Hilfen zur Höheren Mathematik*. Binomi Verlag, Springe.

Pelzer, H., Herausgeber (1985). *Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung II*. Konrad Wittwer, Hannover.

Pelzer, H. (1997). Vorlesung Ausgleichsrechnung I-III. Universität Hannover.

Pike, J. M. und Beiboer, F. L. (2001). A comparison between algorithms for the computation of the speed of sound in seawater. In *Special Publications 34*. The Hydrographic Society.

# Anhang A

## Glossar

**Ablage** Die laterale Entfernung eines Bodenpunktes, sei es in Voraus-/Achterausrichtung, oder in Backbord-/Steuerbordrichtung.

**achteraus** Hinter dem Schiff

**ANT XIX/1** PFS „Polarstern“-Fahrt: 19. Fahrt in die Antarktis, Abschnitt eins. 07.11.2001 bis 30.11.2001

**ANT XIX/2** PFS „Polarstern“-Fahrt: 19. Fahrt in die Antarktis, Abschnitt zwei. 01.12.2001 bis 21.01.2002

**ARK XVIII/2** PFS „Polarstern“-Fahrt: 18. Fahrt in die Arktis, Abschnitt eins. 25.06.2002 bis 24.08.2002

**Array** Siehe Wandler

**Atlas Hydrographics** Der Hersteller des Fächerecholotes HYDROSWEEP DS-2. In den letzten Jahren wechselte der Firmenname mehrfach, dementsprechend auch in den hier verwendeten Quellen, u.a. existierten Krupp Atlas Elektronik (KAE), STN-Atlas, STN-Atlas Marine Electronics (SAM) und zur Zeit Atlas Hydrographics. In dieser Diplomarbeit wurde Atlas Hydrographics als einheitliche Bezeichnung gewählt.

**Backbord** In Fahrtrichtung des Schiffes links

**Beam** Ein Schallstrahl, der sich aus Überlagerung des Sendefächers mit dem Empfangsfächer ergibt. Mitunter wird er auch, wenn die Einstellungen der Überlagerungen vorab festgelegt sind, als preformed Beam (PFB) bezeichnet.

**Centerbeam** Der Beam, der in der Mitte eines Profils steht. Beim HYDROSWEEP DS-2 ist dies der Beam mit der Nummer 30, er steht immer senkrecht zum lokalen Horizont nach unten.

**CTD** Eine Sonde, die Leitfähigkeit, Temperatur und Druck misst, was es ermöglicht, ein Wasserschallprofil zu berechnen.

**Data Snooping** Ein Verfahren zur Ermittlung grober Fehler.

**DGM** Abkürzung für „Digitales Gelände Modell“

**Footprint** Die Fläche am Meeresboden, die ein Beam abtastet.

**HIPS** (Hydrographic Information Processing System) Programmpaket der Firma CARIS ([www.caris.com](http://www.caris.com)) zur Prozessierung hydrographischer Daten.

**Hub** Im Englischen „Heave“. Statisches Einsinkverhalten des Schiffes durch Last. Dabei stellt der Hub die Abweichung der Einsinktiefe relativ zum normalen Tiefgang dar.

**Inverse Distance Weighting** Ein Verfahren zur Gewichtung von Werten, in Abhängigkeit des Abstandes zu einem bestimmten Wert. Dabei entspricht das Gewicht dem reziproken Wert von  $(Abstand)^x$ . Der Faktor  $x$  bestimmt das Gewicht: je höher er ist, desto größer wird der Einfluss der nahen Werte und desto kleiner der Einfluss der fernen Werte.

**Kalibrierprofil** Dies ist bei der Kreuzfächerkalibrierung das Profil, das sich durch Vertauschung der Sende- und Empfangswandler und anschließender Messung ergibt. Bei Atlas Hydrographics häufig als „Testprofil“ bezeichnet.

**Longitudinalwellen** Wellen, die in Ausbreitungsrichtung schwingen, deren Amplitude also in Richtung der Ausbreitungsrichtung liegt. Schallwellen sind Longitudinalwellen.

**Lotungen** Ein anderer Ausdruck für die Messungen des Fächerecholotes.

**Mills-Cross** Anordnungsvariante der Wandler bei Fächerecholoten. Dabei stehen Sender und Empfänger senkrecht zueinander. Sie bilden allerdings kein Kreuz, d. h. ihre Mittelpunkte liegen nicht an derselben Stelle, sondern lokal voneinander getrennt, so dass sich eine T-Anordnung ergibt.

**PFS** Abkürzung für Polarforschungsschiff

**Raytracing** Englisch, bedeutet soviel wie Strahl-Verfolgung. Es wird der Schallstrahlverlauf durch die Wasserschichten nachvollzogen, um entweder Tiefen und Ablagen zu erlangen, oder die mittlere Wasserschallgeschwindigkeit zu ermitteln, für die es wichtig zu wissen ist, wie lange sich der Schallstrahl in jeder Schicht aufhielt.

**Referenzprofil** Das Profil, dass sich bei der Kreuzfächerkalibrierung aus den Centerbeams und centerbeamnahan Beams ergibt. Bei Atlas Hydrographics häufig als Eichprofil bezeichnet.

**Rollen** Im Englischen „Roll“. Die Rotation des Schiffes um die Schiffslängsachse.

**Schwinger** Siehe Wandler

**Scherwinkel** Unterschied zwischen der Orientierung des Schiffes in der Horizontalebene (angelegter Kurs) zur tatsächlich gefahrenen Richtung (tatsächlicher Kurs).

**Singaround** Ein Gerät zur direkten Messung der Wasserschallgeschwindigkeit. Dabei wird ein Schallsignal entlang mehrerer Reflektoren auf einen vorgebenen Weg geschickt. Zwischen den Reflektoren befindet sich Wasser. Aus der Laufzeit und dem bekannten Weg lässt sich somit die Wasserschallgeschwindigkeit errechnen. Der Name Singaround rührt daher, dass Ursprung und Ende des Schallsignals oft am gleichen Punkt liegen.

**Squat** Dynamisches Einsinkverhalten des Schiffes in Abhängigkeit von Schiffsform, Meeresbodentopographie, Schiffsgeschwindigkeit und anderen Parametern.

**Stampfen** Im Englischen „Pitch“. Die Rotation des Schiffes um die Schiffsquerachse.

**Steuerbord** In Fahrtrichtung des Schiffes rechts.

**Swath-Editor** Ein Programm zum Editieren gemessener bathymetrischer Profile

**Thermosalinometer** Ein in Bug und Kiel des PFS „Polarstern“ eingebautes Gerät zur Bestimmung von Temperatur und Salzgehalt.

**UNESCO** United Nations Educational, Scientific and Cultural Organisation

**Wandler** Piezoelektrische Elemente, die Spannung in Schwingungen und Schwingungen in Spannung umwandeln, und somit die Schallsignale erzeugen und empfangen. Auch Transducerarray, Receiverarray bzw. Transceiverarray genannt.

**Yaw** Damit ist eine Änderung der Schiffsorientierung (angelegter Kurs) gemeint. Im wesentlichen eine Azimutänderung, also die Rotation des Schiffes um die Schiffshochachse.

# Anhang B

## Inhalt der beiliegenden CD

### B.1 Verzeichnis Code

In allen Quellcodedateien werden relative und absolute Pfadangaben für einzuschließende Headerdateien bzw. die Dateien mit den Eingabewerten gemacht. Diese müssen vor dem erneuten Kompilieren auf die entsprechenden Pfade des Nutzers geändert werden.

**ausgleichung\_gebbert.v10.cpp** Der Ausgleichungsalgorithmus nach dem alternativen, allerdings unvollständig modellierten Ansatz nach Gebbert, mit einem Einsatz des Data Snoopings nach der Ausgleichung

**ausgleichung\_gebbert.v29a.cpp** Der Ausgleichungsalgorithmus nach dem eigentlichen Ansatz nach Gebbert, mit einem Einsatz des Data Snoopings vor der Ausgleichung

**ausgleichung\_gebbert.v29b.cpp** Der Ausgleichungsalgorithmus nach dem eigentlichen Ansatz nach Gebbert, mit einem Einsatz des Data Snoopings nach der Ausgleichung

**ausgleichung\_gebbert.v29c.cpp** Der Ausgleichungsalgorithmus nach dem eigentlichen Ansatz nach Gebbert, ohne einen Einsatz des Data Snoopings

**c\_mean\_aus\_ctd.c** Quellcodedatei, um  $c_{mean}$  aus den Daten eines CTD-Wasserschallprofils (.svp-Format) zu berechnen

**c\_mean\_aus\_ctd.h** Headerdatei zu der zuvor genannten Quellcodedatei

**cmean\_ausgl.v3.cpp** Der Ausgleichungsalgorithmus nach dem eigenen Ansatz

**dgm\_structures.v2.h** Headerdatei zu den Quellcodes mit dem Ausgleichungsansatz nach Gebbert

**dux\_functions.c** Quellcodedatei, die die Funktionen zum Auslesen einer HYDROSWEEP-Datei des dux-Formates enthält

**dux\_functions.h** Headerdatei zu der zuvor genannten Quellcodedatei

**dux\_nach\_gebbert.v2.cpp** Quellcodedatei, um aus den .dux-Dateien die notwendigen Informationen für den Ansatz nach Gebbert zu extrahieren, und in die Dateiformate (.v2.4GB und .v2.4AU) für die entsprechenden Programme zu wandeln

**dux\_nach\_otto.cpp** Quellcodedatei, um aus den .dux-Dateien zusätzlich notwendige Informationen für den eigenen Ansatz zu extrahieren, und in die Dateiformate für die entsprechenden Programme zu wandeln (.4RG und .4AU)

**dux\_structures.h** Headerdatei für die vier voranstehend genannten Dateien

**ellipsoid.cpp** aus (Krocker, 2002) Quellcodedatei um ellipsoidische Berechnungen durchzuführen.

**ellipsoid.h** aus (Krocker, 2002) Headerdatei zu der zuvor genannten Quellcodedatei

**raytracing.c** Quellcode Datei, um Ablagen und Tiefen mittels Raytracings zu bestimmen

**raytracing.h** Headerdatei zu der zuvor genannten Quellcodedatei

**regression\_v4.cpp** Quellcodedatei um die für den eigenen Ansatz notwendige lineare Regression durchzuführen

**svp\_aus\_ctd.c** Quellcodedatei um die Wasserschallgeschwindigkeit aus CTD-Messungen zu berechnen

**newmat10.zip** aus (Davies, 2002) Archivdatei, die alle notwendigen Quellcode- und Headerdateien für die newmat Matrizenbibliothek enthält

## B.2 Verzeichnis Daten

**013\_antxix2\_60F30201130000.dux** HYDROSWEEEP-Datei mit allen Daten zu den Messungen des 13.01.2002 zwischen 00:00 und 07:59 Uhr

**013\_antxix2\_60F30201130800.dux** HYDROSWEEEP-Datei mit allen Daten zu den Messungen des 13.01.2002 zwischen 08:00 und 15:59 Uhr

**013\_antxix2\_60F30201131600.dux** HYDROSWEEEP-Datei mit allen Daten zu den Messungen des 13.01.2002 zwischen 16:00 und 23:59 Uhr

**329\_Transit\_60F30111250000.dux** HYDROSWEEEP-Datei mit allen Daten zu den Messungen des 25.11.2001 zwischen 00:00 und 07:59 Uhr

**359\_antxix2\_60F30112250000.dux** HYDROSWEEEP-Datei mit allen Daten zu den Messungen des 25.12.2001 zwischen 00:00 und 07:59 Uhr

**359\_antxix2\_60F30112250800.dux** HYDROSWEEEP-Datei mit allen Daten zu den Messungen des 25.12.2002 zwischen 08:00 und 15:59 Uhr

**359\_antxix2\_60F30112251600.dux** HYDROSWEEEP-Datei mit allen Daten zu den Messungen des 25.12.2002 zwischen 16:00 und 23:59 Uhr

**20020113\_033332.v2.4GB** Beispiel einer Datei, die für die Ausgleichung nach Gebbert benötigt und in `dux_nach_gebbert.v2.cpp` erstellt wird, selbsterklärend

**20020113\_033332\_mit\_signaldauer.v2.4AU** Beispiel einer Datei, die für die Ausgleichung nach Gebbert und den eigenen Ansatz, sowie weitere Programme benötigt und in `dux_nach_gebbert.v2.cpp` erstellt wird

Als Beispiel:

```
59
270.500000
270.000000
3.200000
1.551700
1436.560000
1457.000000
11.500000
0.761900
0.747000
0.735300
0.710500
0.695500
```

```

0.687100
0.681000
[.....]
270.500000
270.500000
270.500000
270.500000
270.500000
270.500000
270.500000
270.500000
270.500000
.....

```

In jeder Zeile steht zwar nur ein Wert, aber die ersten acht Werte sind alles unterschiedliche Größen, danach folgt für jeden Beam eine explizite Laufzeit.

Die erste Größe ist die Anzahl der Beams, die bei Hydrosweep DS-2 wie es auf PFS "Polarstern" installiert ist, immer 59 beträgt. Es folgt die Kreiselorientierung und der Kurs über Grund zum Zeitpunkt des Aussendens des Pings, jeweils in Altgrad. Anschließend steht die Geschwindigkeit über Grund in  $\frac{m}{s}$  und die Tiefseewinkelkonstante in Altgrad, die mittlere Wasserschallgeschwindigkeit aus HYDROSWEEP sowie die Wasserschallgeschwindigkeit am Wandler in  $\frac{m}{s}$  und die Tiefe des Wandlers in Metern. Nun kommen die Laufzeiten in Sekunden, angefangen bei Beam 1 bis zu Beam 59, sollte für einen Beam keine Laufzeit bekannt sein, muss ein Alternativwert (z.B.:0) eingesetzt werden, da sonst die nachfolgenden Laufzeiten einer falschen Aussenderichtung zugeordnet würden. Abschließend folgt die Kreiselorientierung beim Empfang der Beams 1 bis 59.

Einige Programme benötigen noch die erste Version des Dateiformates (.4AU), die Änderungen sehen wie folgt aus:

```

59
0.0
1.5517
1442.0
11.5
5.2317
5.0942
4.9678
4.8512
4.7435
4.6441
4.5522
4.4672

```

4.3885  
4.3159  
.....

Auch hier steht in jeder Zeile zwar nur ein Wert, aber die ersten fünf Werte sind alles unterschiedliche Größen, danach folgt für jeden Beam eine explizite Laufzeit.

Die erste Größe ist die Anzahl der Beams, die bei Hydrosweep DS-2 wie es auf PFS „Polarstern“ installiert ist, immer 59 beträgt. Es folgt der Winkel in Altgrad für die Verschwenkung des Pings gegenüber der Schiffsquerachse, die Tiefseewinkelkonstante in Altgrad, die Wasserschallgeschwindigkeit am Wandler in  $\frac{m}{s}$  und die Tiefe des Wandlers in Metern. Nun kommen die Laufzeiten in Sekunden, angefangen bei Beam 1 bis zu Beam 59, sollte für einen Beam keine Laufzeit bekannt sein, muss ein Alternativwert (z.B.:0) eingesetzt werden, da sonst die nachfolgenden Laufzeiten einer falschen Aussenderichtung zugeordnet würden.

**20020113\_033332.4RG** Beispiel einer Datei, die für die lineare Regression benötigt und in `dux_nach_otto.cpp` erstellt wird

**ps6122.svp** Datei des Wasserschallprofils für den 25.12.2001. In der ersten Zeile steht die Anzahl der Wertepaare, in den nachfolgenden Zeilen die Tiefe in Metern und die Wasserschallgeschwindigkeit in  $\frac{m}{s}$ .

**ps6136e.svp** Datei des Wasserschallprofils für den 13.01.2002 mit extrapolierte Wasserschallgeschwindigkeit in 10000m Tiefe. In der ersten Zeile steht die Anzahl der Wertepaare, in den nachfolgenden Zeilen die Tiefe in Metern und die Wasserschallgeschwindigkeit in  $\frac{m}{s}$ .

## B.3 Verzeichnis Diplomarbeit

**Diplomarbeit\_OBN.pdf** .pdf-Datei dieser Diplomarbeit, schlechte Qualität in den Abbildungen, aber kleine Datei

**Diplomarbeit\_OBN.ps** .ps-Datei dieser Diplomarbeit, ergibt die bessere Qualität in den Abbildungen, aber große Datei



# Schmuh

(Maul und Bishop, 1970) (Medwin und Clay, 1998) (Merziger *et al.*, 1996)(Atlas Hydrographics, 1988)(Clarke, 2001)