

# Untersuchung von Eigenschwingung und Leichtbaupotenzial unterschiedlicher Gitterstrukturen am Beispiel von Magnetuntergestellen von Teilchenbeschleunigern

Simone Andresen  
Alfred-Wegener-Institut Helmholtz-Zentrum für Polar- und Meeresforschung

Die Untersuchung des Einflusses struktureller Komponenten auf die Struktureigenschwingungen ist für viele Anwendungsbereiche wie Maschinenbau, Luft- und Raumfahrt, Bauwesen und Optik von großem Interesse.

Die Schalen von marinen Protozoen weisen eine enorme Vielfalt an regulären und irregulären Waben- und Gitterstrukturen auf, die häufig verschiedene Funktionen erfüllen. Die Silikatschalen von Diatomeen zeichnen sich beispielsweise durch eine hohe Steifigkeit bei geringer Masse aus und dienen bereits als Inspiration für Leichtbauweisen. Darüber hinaus ist zu erwarten, dass die unregelmäßigen Diatomeenstrukturen einen positiven Einfluss auf die Schwingungseigenschaften haben.

In dieser Studie wurde eine Magnetträgerstruktur (girder) eines Teilchenbeschleunigers durch biologisch inspirierte Gitterstrukturen ersetzt, um eine hohe erste Eigenfrequenz und Steifigkeit zu erreichen. Die biologisch inspirierten Strukturen ließen sich mit Hilfe von Algorithmen parametrisch konstruieren. Multikriterielle Optimierungsrechnungen unter Verwendung der Evolutionsstrategie erlaubten ein Auffinden bestmöglicher Parameterkombinationen zum Erreichen der gewünschten Ziele.

Die Ergebnisse verdeutlichten ein hohes Potenzial von Gitter- und Wabenstrukturen zur Beeinflussung der Schwingungseigenschaften. Unregelmäßige Strukturen führten hierbei zu signifikant höheren Eigenfrequenzen und Steifigkeiten als regelmäßige. Außerdem entstanden Strukturen gleicher Steifigkeit und unterschiedlicher erster Eigenfrequenzen, während die Massen innerhalb der zulässigen Werte blieben. Im Hinblick auf die Magnetträgerstruktur erhöhten sich durch den Einsatz der biologisch inspirierten Gitterstrukturen die erste Eigenfrequenz um einen Faktor von 1.4 und die Steifigkeit um einen Faktor von 1.9 im Vergleich zur Referenzstruktur.

## 1 Einleitung

Die Untersuchung des Einflusses struktureller Komponenten auf die Eigenschwingungen von Strukturen ist für viele Anwendungsbereiche, oft im Zusammenhang mit Leichtbau, von großem Interesse. Mögliche Anwendungsfelder sind u. a. Maschinenbau, Luft- und Raumfahrt, Bauwesen und Optik.

In der Natur finden sich verschiedenste reguläre und irreguläre Gitter- und Wabenstrukturen, die häufig unterschiedliche Funktionen erfüllen. Insbesondere die Schalen mariner Einzeller zeigen eine große Vielfalt solcher Geometrien (Round et al. [1], Abb. 1). So sind die Silikatschalen von Kieselalgen (Diatomeen) sehr leicht und permeabel und weisen gleichzeitig eine hohe Festigkeit auf. Ihre Druckresistenz liegt nach Hamm et al. [2] bei bis zu  $700 \text{ t m}^{-2}$ .

Darüber hinaus ist zu erwarten, dass die Strukturen aufgrund ihrer Unregelmäßigkeiten spezielle Schwingungseigenschaften besitzen, u.a. um die Alge vor vibrierenden Mundwerkzeugen ihrer Fressfeinde zu schützen. Die komplexe, unregelmäßige Bauweise der Kieselalgenschalen wird bereits sehr erfolgreich als Basis für die bionische Leichtbauoptimierung technischer Bauteile eingesetzt (Maier et al. [3], Heinrichs et al. [4]).

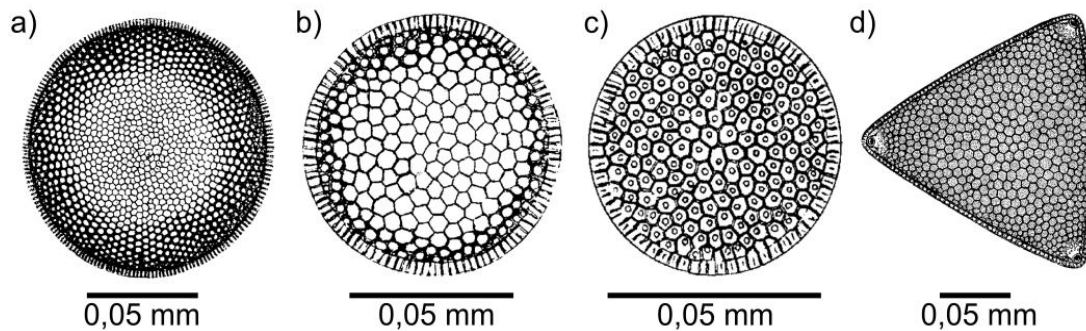


Abb. 1: Darstellungen verschiedener Diatomeenschalen nach Schmidt [5]. a) - c) zeigen unterschiedliche Spezies der Gattung *Coscinodiscus*, d) stellt *Triceratium distinctum* Janisch dar.

In dieser Studie wurde untersucht, inwiefern eine gezielte Nutzung der biologischen Strukturunregelmäßigkeiten auch die Schwingungseigenschaften positiv beeinflussen kann. Viele bereits durchgeführte Analysen zeigten für Schaum- und Gitterstrukturen eine Verbesserung der mechanischen Eigenschaften (vor allem eine Zunahme des Elastizitätsmoduls) mit steigendem Grad an Strukturunregelmäßigkeiten auf (z.B. Zhu et al. [6], Li et al. [7] und Tekoğlu et al. [8]). Jedoch sind die Schwingungseigenschaften von biologisch inspirierten unregelmäßigen Gittern bisher nicht analysiert worden.

Betrachtet wurde eine Anwendung der Gitterstrukturen zur Optimierung eines Magnetuntergestells (Trägers) des Teilchenbeschleunigers PETRA III des DESY (Deutsches Elektronen Synchrotron). In Teilchenbeschleunigern führt eine Anregung der Träger durch äußere Schwingungen zu einer Aufweitung des Teilchenstrahls. Da niedrige Anregungsfrequenzen zu hohen Schwingungsamplituden führen können, ist eine Erhöhung der Struktureigenfrequenzen des Trägers von großem Interesse. Des Weiteren sind aufgrund der schweren Magnete eine hohe Steifigkeit und transportbedingt eine geringe Masse notwendig. Das Ziel dieser Untersuchung bestand darin, den Einfluss von biologisch inspirierten Strukturen konstanten Materials auf das Schwingungsverhalten zu analysieren. Durch den Einsatz der Strukturen als Träger von Teilchenbeschleunigern sollten höhere erste Eigenfrequenzen und Steifigkeiten erreicht werden.

## 2 Methoden

### 2.1 Referenzstruktur

Die Grundlage für die Berechnung der Referenzstruktur war ein CAD-Modell eines stark belasteten Trägers des Teilchenbeschleunigers PETRA III, das von DESY-MEA zur Verfügung gestellt wurde. Nach Vereinfachung der Struktur und Definition der vorgegebenen Randbedingungen ergab sich das in Abb. 2 dargestellte Referenzmodell. Hierbei wurden die drei Auflagerpunkte des länglichen Trägers auf zwei darunterliegenden Füßen als Federn in Z-Richtung dargestellt. Drei Lenker, welche ein nachträgliches Verschieben der platzierten Struktur ermöglichen, ließen sich ebenfalls als Federn in X- und Y-Richtung abstrahieren. Auf dem Träger waren drei Magnete befestigt, die jeweils als Punktmassen aufgeteilt auf vier Zylinder herangezogen wurden. Tab. 1 beinhaltet die Magnetmassen, Federsteifigkeiten und Materialeigenschaften.

Die Durchführung einer Gitterstudie zeigte eine hinreichende Vernetzung aus 446.798 Knoten und 255.655 Elementen für die 3D-Struktur auf. Mit Hilfe der Software ANSYS Workbench (Version 18.0, ANSYS, Inc., Canonsburg, PA, USA) wurde in einer linear-statischen Berechnung die Verformung unter Eigenlast berechnet. Die anschließende Modalanalyse zeigte die Eigenfrequenzen und Eigenformen auf.

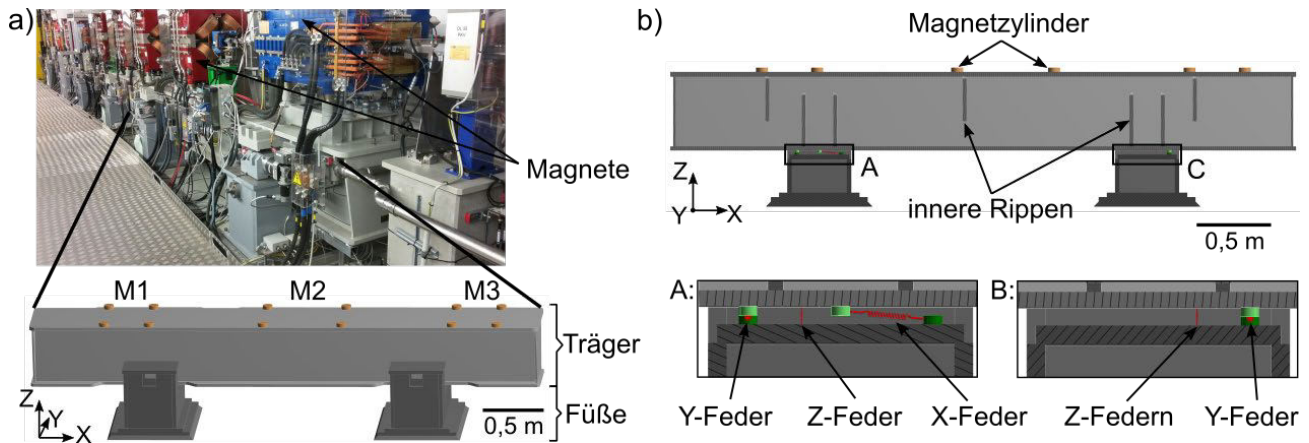


Abb. 2: a) Blick in den PETRA III Tunnel mit den Magnetträgerstrukturen, von denen die hier betrachtete Referenzstruktur mit den aufliegenden Magneten M1, M2 und M3 vereinfacht abgebildet ist. In b) ist der innere Aufbau des Trägers erkennbar sowie vergrößert die Verbindung zu den Füßen über insgesamt sechs Federn.

Tab. 1: Definierte Magnetmassen, Federsteifigkeiten und Materialeigenschaften

Magnetmassen	Federsteifigkeiten	Materialeigenschaften
M1: 1150 kg	X-Feder: $7,1 \cdot 10^8 \text{ N m}^{-1}$	Elastizitätsmodul: $2,1 \cdot 10^{11} \text{ N m}^{-2}$
M2: 1800 kg	Y-Feder: $7,1 \cdot 10^8 \text{ N m}^{-1}$	Dichte: $7850 \text{ kg m}^{-3}$
M3: 1150 kg	Z-Feder: $4,8 \cdot 10^9 \text{ N m}^{-1}$	Querkonstruktion: 0,3

## 2.2 Gitterstrukturen

Vier verschiedene Gitterstrukturen (Abb. 3) wurden unter Verwendung des Plug-Ins Grasshopper der Software Rhinoceros (Grasshopper-Version 0.9.0076 und Rhinoceros-Version 5.0, Robert McNeel & Associates, Seattle, WA, USA) parametrisch konstruiert:

1. Unregelmäßiges Gitter aus 3D-Voronoiwaben
2. Unregelmäßiges Gitter basierend auf der Verbindung benachbarter Punkte
3. Regelmäßiges Gitter aus Rechteckzellen
4. Regelmäßiges Gitter aus hexagonalen Zellen

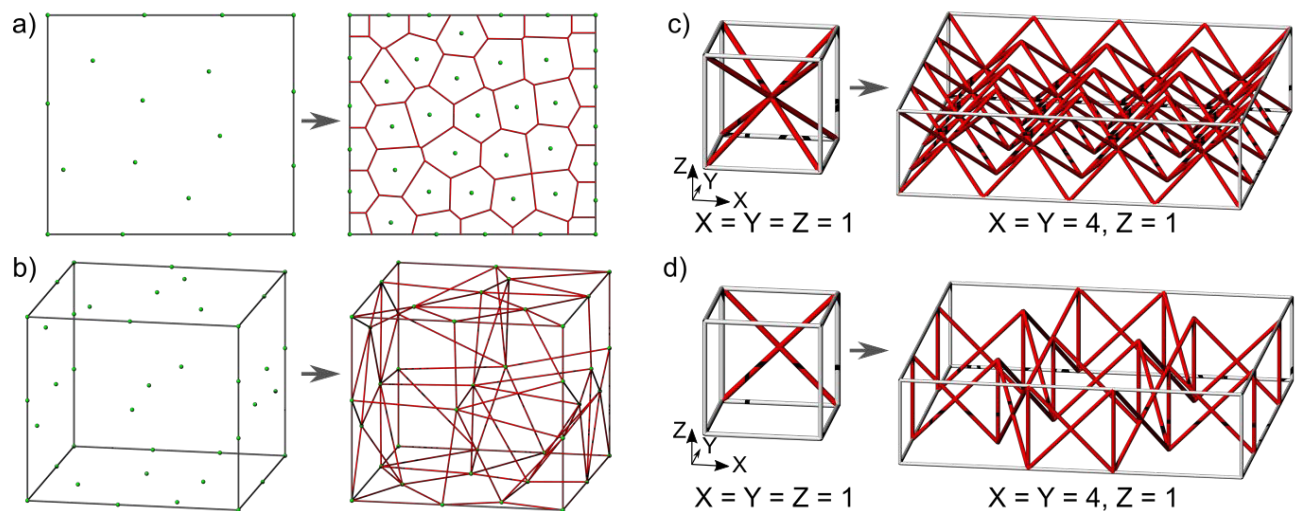


Abb. 3: Darstellung der Gitterstrukturen: Das Voronoi-gitter (a) und die Verbindung benachbarter Punkte (b) sind unregelmäßige Gitterstrukturen, während die rechteckigen (c) und hexagonalen (d) Zellen regelmäßige Gitter bilden.

Die unregelmäßigen Gitterstrukturen beruhen auf Konstruktionsalgorithmen, die Strukturen in Anlehnung an die biologischen Strukturen generierten. Basierend auf einer Punkteverteilung entstanden durch Parameterveränderung verschiedenste Varianten der Gitterstrukturen. Hierbei wurden die Auflagerpunkte und Magnetanbindungsstellen als Attraktoren herangezogen, in dessen unmittelbarer Umgebung die Punkteverteilung lokal variiert werden konnte (Abb. 4). Während im ersten unregelmäßigen Gitter jeder Punkt der Punkteverteilung Mittelpunkt einer Voronoiwabe (konvexe Polyeder, die in vielen Diatomeenstrukturen zu finden sind) war, wurde das zweite durch die Verbindung der Punkte mit einer variierenden Anzahl an Nachbarpunkten gebildet.

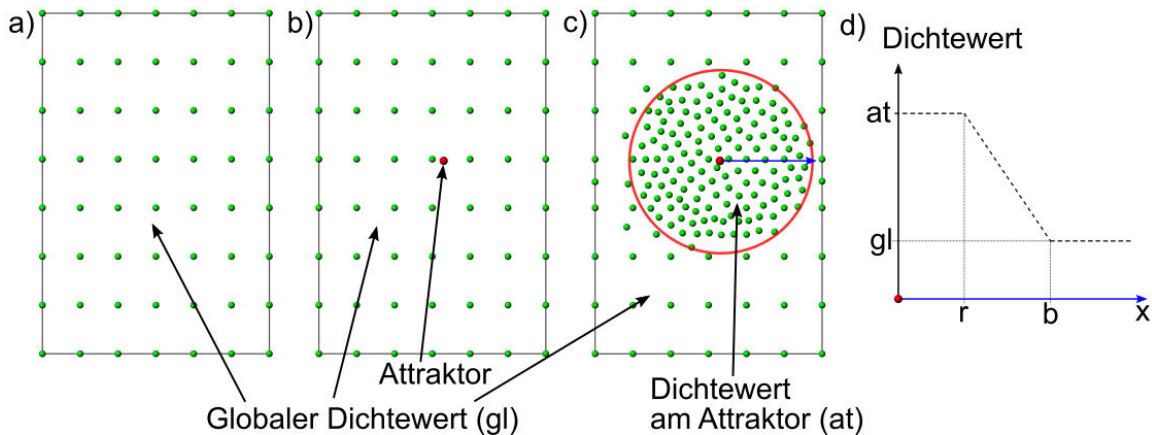


Abb. 4: Beeinflussung einer in a) dargestellten, konstanten Punkteverteilung basierend auf einem globalen Dichtewert durch Attraktoren. Der in b) erkennbare Attraktor (roter Punkt) ermöglicht die lokale Veränderung der Punkteverteilungsdichte in einem Abstand  $r$  zum Attraktor (c). Ein Abklingfaktor definiert den linearen Übergang von der Dichte in Attraktornähe zur globalen Punkteverteilungsdichte.

Die Gitterkonstruktionen erfolgten in Anlehnung an den Referenzträger in einen Designraum der Maße  $4,2 \times 0,65 \times 0,525$  m, wobei die Randbedingungen und Materialkennwerte dem Referenzmodell entsprachen. Die Darstellung der Gitterstreben erfolgte als Timoshenko-Balken. Die Füße wurden zur Erhöhung der Steifigkeit mit jeweils zwei Diagonalrippen versehen und mit Schalenelementen einer Kantenlänge von 0,05 m vernetzt, die sich aus einer Gitterstudie ergab.

Zum Auffinden bestmöglicher Parameterkombinationen der in Tab. 2 aufgeführten Parameter wurden multikriterielle Optimierungsrechnungen unter Verwendung der Evolutionsstrategie (Rechenberg [9]) eingesetzt. Die hierfür definierte Zielfunktion (Fitness) setzte sich zu gleichen Teilen aus einer hohen ersten Eigenfrequenz, einer hohen Steifigkeit und einer geringen Masse zusammen. Nach der zufälligen Bildung einer Startpopulation (Menge an Gitterstrukturen unterschiedlicher Parameterkombinationen) und die Berechnung der Fitness für jede Struktur, wurden nur die besten Strukturen mit der höchsten Fitness in die nächste Generation weitergegeben. Gleichzeitig sorgten zufällige Ereignisse wie der Austausch von Parameterwerten zwischen Strukturen (Rekombination) und die Veränderung von Parameterwerten (Mutation) für eine hohe Variabilität in den Gitterstrukturen. Durch den definierten Elitismus von 50 % wird eine lokale Optimierung verhindert, indem in jede Generation zufällig generierte Gitterstrukturen aufgenommen werden. Abb. 5 stellt den Ablauf der Evolutionsstrategie dar. Mit zunehmender Generation entwickelten sich Strukturen hoher Fitness. Die Strukturen der letzten, 50. Generation, die folglich die höchste Fitness besaßen, wurden für die anschließende Auswertung herangezogen. Alle Gitterstrukturen inklusive der Magnete, die mehr als 7,5 t wogen, wurden vernachlässigt. Von den restlichen Strukturen galt die Struktur mit der höchsten ersten Eigenfrequenz als bestes Gitter.

Tab. 2: Auflistung der Konstruktionsparameter der Gitter

Unregelmäßige Gitter	Regelmäßige Gitter
- Dichte der Punkteverteilung (globaler Dichtewert sowie Einstellungsparameter für den Attraktor, Abb. 4)	- Anzahl an Zellen in alle drei Raumrichtungen
- Gitterstrebendurchmesser	- Gitterstrebendurchmesser
- Wanddicke der Füße	- Wanddicke der Füße
- Anzahl benachbarter Punkte (für das Gitter basierend auf der Verbindung benachbarter Punkte)	

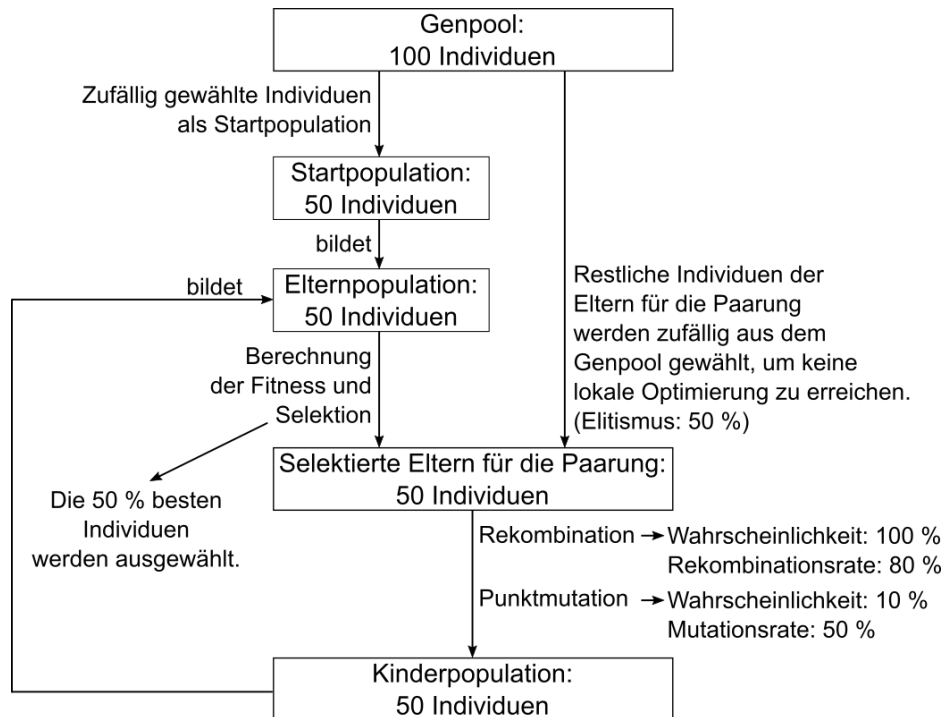


Abb. 5: Definiertes Ablauf der Evolutionsstrategie.

### 3 Ergebnisse

Abb. 6a zeigt für die Gitterstrukturen der jeweils letzten Generation und die Referenzstruktur den Kehrwert der maximalen Verschiebung in Abhängigkeit von dem Quadrat der ersten Eigenfrequenz. Beide Werte wurden mit der jeweiligen Strukturmasse normiert. Insgesamt war ein tendenziell linearer Zusammenhang zwischen beiden Strukturwerten zu erkennen. Die Mehrheit der regelmäßigen Strukturen sowie der unregelmäßigen Voronoi-Gitterstrukturen wiesen in beiden Eigenschaften geringere Werte als die Referenz auf. Dahingegen besaßen die meisten unregelmäßigen Gitterstrukturen basierend auf der Verbindung benachbarter Punkte in beiden Eigenschaften bessere Werte als die Referenz.

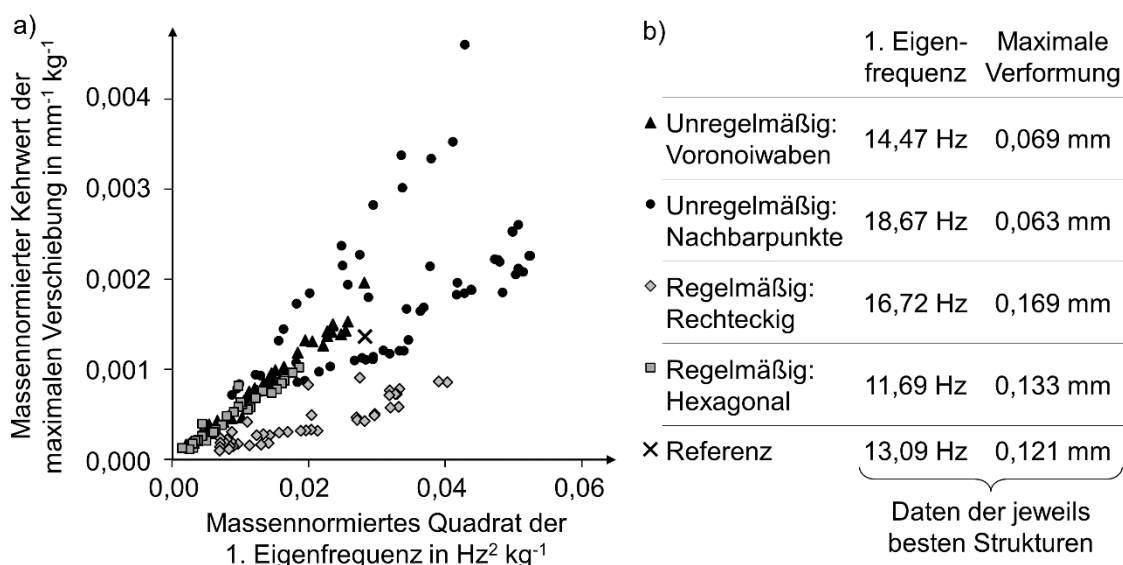


Abb. 6: a) Darstellung der Strukturen der letzten Generation für die vier Gitter und die Referenzstruktur. In b) sind die Eigenschaften der jeweils besten Gitterstrukturen und der Referenz aufgelistet.

In Abb. 6b sind ergänzend die Eigenschaften der jeweils besten Struktur der vier Gitter und der Referenz aufgeführt. Die besten unregelmäßigen Gitter zeigten sowohl eine höhere erste Eigenfrequenz, als auch eine geringere maximale Verformung als die Referenzstruktur. Sie sind in Abb. 7 abgebildet.

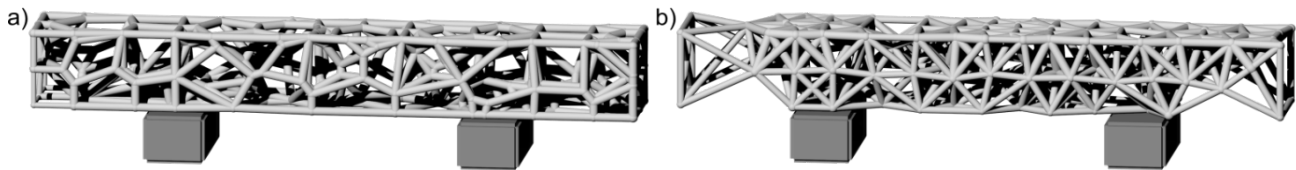


Abb. 7: Schalen-Balken-Modelle der zwei besten unregelmäßigen Gitterstrukturen auf Grundlage von Voronoiwaben (a) und Verbindung benachbarter Punkte (b).

#### 4 Diskussion

Die Ergebnisse zeigen ein hohes Potenzial der biologisch inspirierten Gitter- und Wabenstrukturen zur Beeinflussung des Schwingungsverhaltens von Strukturen. Hierbei führen unregelmäßige Strukturen zu deutlich höheren ersten Eigenfrequenzen und Steifigkeiten als regelmäßige. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die strukturelle Unregelmäßigkeit eine lokal niedrigere oder höhere Dichte an Gitterstreben erlaubt, was sich positiv auf die Eigenschaften auswirkt.

Der tendenziell lineare Zusammenhang ist auf die für einen Einmassenschwinger gültige Proportionalität des Quadrats der ersten Eigenfrequenz zur Steifigkeit zurückzuführen. Die Streuung der Daten verdeutlicht die Möglichkeit, durch Veränderung der Struktur eine erhebliche Erhöhung der ersten Eigenfrequenz zu erreichen, während Steifigkeit und Masse konstant bleiben. Gleichermäßen lässt sich durch die Wahl einer geeigneten Gitterstruktur die Steifigkeit bei gleichbleibender erster Eigenfrequenz erhöhen.

Im Hinblick auf die Trägerstruktur erlauben die unregelmäßigen Gitter basierend auf der Verbindung von Nachbarpunkten eine gleichzeitige Erhöhung der ersten Eigenfrequenz um den Faktor 1.4 und der Steifigkeit um den Faktor 1.9. Dennoch liegen die maximal erreichten ersten Eigenfrequenzen von 18,67 Hz weiterhin in dem kritischen Frequenzbereich von 1-50 Hz (Bialowons [10]), innerhalb dessen eine Anregung der Struktur zu hohen Schwingungsamplituden führen kann. Für weiterführende Untersuchungen sollte eine Anpassung der Randbedingungen vorgenommen werden, um die Steifigkeit der Gesamtstruktur und somit auch die erste Eigenfrequenz weiter zu erhöhen. Des Weiteren ist eine Validierung der numerischen Rechnungen durch Messergebnisse geplant.

#### 5 Fazit

Die Ergebnisse der durchgeführten Studie zeigen, dass sich die biologisch inspirierten Gitter- und Wabenstrukturen nicht nur zur Leichtbauoptimierung einsetzen lassen, sondern auch ein hohes Potenzial zur Schwingungsoptimierung bieten. Durch die Anwendung der Strukturen auf die Trägerstruktur eines Teilchenbeschleunigers ließen sich sowohl die erste Eigenfrequenz, als auch die Steifigkeit erhöhen.

#### 6 Danksagung

Ein herzlicher Dank gilt der Arbeitsgruppe „Bionischer Leichtbau“ des Alfred-Wegener-Instituts Helmholtz-Zentrum für Polar- und Meeresforschung für die Bereitstellung der Algorithmen zur Generierung der bionischen Gitterstrukturen sowie der Abteilung MEA (Maschinen- und Experimentenaufbau) des DESY für die Unterstützung im Rahmen der Studie.

## 7 Literatur

- [1] Round, F.E., Crawford, R.M. & Mann, D.G. (1990): "Diatoms: Biology and Morphology of the Genera", Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- [2] Hamm, C.E., Merkel, R., Springer, O., Jurkojx, P., Maier, C., Prechtel, K. & Smetacek, V. (2003): "Architecture and material properties of diatom shells provide effective mechanical protection", *Nature* 421, 841-843.
- [3] Maier, M., Siegel, D., Thoben, K.-D., Niebuhr, N. & Hamm, C. (2013): "Transfer of Natural Micro Structures to Bionic Lightweight Design Proposals", *Journal of Bionic Engineering* 10, 469-478.
- [4] Heinrichs, A., Frank, P., Siegel, D. & Frank, M. (2017): "Bionische Entwicklung einer additiv gefertigten A-Säulen-Verstärkung", *Karosseriebautage Hamburg*, Springer, 43-56.
- [5] Schmidt, A. (1902): „Vorläufige Erläuterungen zu A. Schmidt's Atlas Der Diatomaceenkunde“, *Atlas der Diatomaceenkunde*, O.R. Reiland.
- [6] Zhu, H.X., Hobdell, J.R. & Windle, A.H. (2000): "Effects of cell irregularity on the elastic properties of open-cell foams", *Acta Materialia* 48(20), 4893-4900.
- [7] Li, K., Gao, X.-L. & Subhash, G. (2005): "Effects of cell shape and cell wall thickness variations on the elastic properties of two-dimensional cellular solids", *International Journal of Solids and Structures* 42 (5), 1777-1795.
- [8] Tekoğlu, C., Gibson, L.J., Pardoën, T. & Onck, P.R. (2011): "Size effects in foams: Experiments and modeling", *Progress in Materials Science* 56 (2), 109-138.
- [9] Rechenberg, I. (1973): "Evolutionsstrategie: Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution", *Frommann-Holzboog*, Stuttgart.
- [10] Bialowons, W. (2013): "Quadrupolaufstellung", *Konstruktionsbesprechung am 02.10.2013*, DESY, Hamburg (aufrufbar unter <http://vibration.desy.de/documents/notes/>).